

A BEHAVIORAL NEW KEYNESIAN MODAL

——行为经济学视角下对新凯恩斯模型的修正

By Xavier Gabaix

汇报人：尚婧 刘嘉晨 陈研 杜明洁 顾培梓

食用说明：

- 本汇报注重经济直觉与含义的阐述，略去了部分过于复杂的数学推导
- 本汇报右侧的灰色部分为补充的定义、假设、对前文内容的回顾等，为辅助理解所设置，可配合课堂讲解使用，忽略不看不会影响正文部分推导

XAVIER GABAIX



HARVARD
Faculty of Arts and Sciences
DEPARTMENT OF ECONOMICS

教育经历

- HARVARD UNIVERSITY, Ph.D. in economics, 1995-1999.
- ECOLE NORMALE SUPÉRIEURE, Paris, B.A. of Mathematics, 1991-1995.

工作经历

- HARVARD UNIVERSITY, Economics department. 2016-.
- NEW YORK UNIVERSITY, Stern school of business, finance department. 2010-2018.
- MIT, Economics department. 2004-2007.

研究方向

- finance, macroeconomics, behavioral economics

论文发表

- American Economic Review, Econometrica, the Journal of Finance, Nature



汇报基本框架——4M

- **Motivation:** 现有的宏观经济理论无法回答什么问题？
- **Modal Setup:** 本模型的基本设定是什么？
- **Modification:** 相比于传统新凯恩斯模型，本模型做出了什么修正？
优势是什么？
- **Mechanism:** 本模型的核心机制如何处理现实问题？

A. MOTIVATION-现有的宏观经济理论无法回答什么问题？

传统模型假设行为主体完全理性

Microeconomics

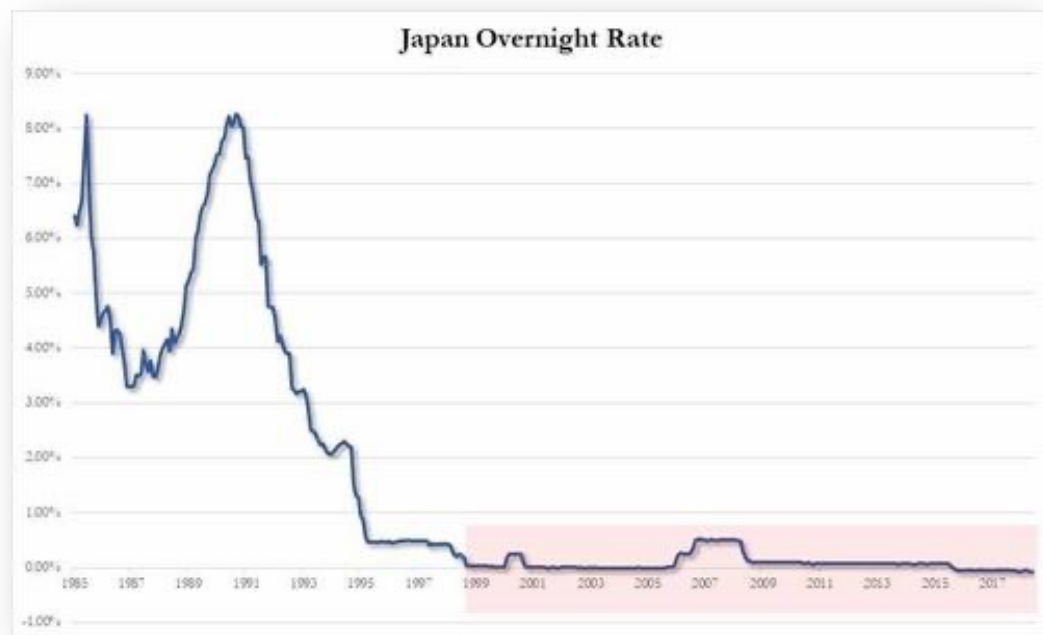
- 反常识： 10年后央行宣布加息与此时此刻央行宣布加息，对于产出的影响是相同的——理性人假设是否合理？

Macroeconomics

- 反理论： 永久性名义利率提高短期内使通胀上升——短期利率和通胀反向变动
永久性通胀上升将带来产出永久性提高——长期货币中性（费雪理论）
- 反事实： ZLB下实行被动货币政策会使通胀不稳定，且经济激烈衰退——上世纪九十年代以来的日本

A. MOTIVATION-现有的宏观经济理论无法回答什么问题？

传统模型假设行为主体完全理性



日本的利率水平



日本的通胀水平与产出水平

B. MODAL SETUP-本模型的基本设定是什么？

A. 加入行为因素后家庭问题：

$$\begin{aligned} \max_{\{c_t, k_t, N_t\}} E_t^{BR} [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)] \\ \text{s.t. } k_{t+1} = (1 + \bar{r} + \hat{r}(X_t))(k_t - c_t + \bar{y} + \hat{y}(N_t, X_t)) \\ X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1}) \end{aligned}$$

B. 加入行为因素后企业问题：

$$\begin{aligned} \max_{\{q_{it}\}} E_t^{BR} [\sum_{\tau=t}^{\infty} (\beta\theta)^{\tau-t} \frac{c(X_{\tau})^{-\gamma}}{c(X_t)^{-\gamma}} v(q_{it}, X_{\tau})] \\ \text{s.t. } X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1}) \end{aligned}$$

B. MODAL SETUP-本模型的基本设定是什么？

对行为因素 $\bar{m}$ 的进一步分析：

(1) 对转移动态方程 $X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1})$ 两边同时取期望：

$$E_t^{BR}[X_{t+1}] = \bar{m}\Gamma X_t \xLeftrightarrow{\text{迭代}k\text{次}} E_t^{BR}[X_{t+k}] = \bar{m}^k \Gamma^k X_t = \bar{m}^k E_t[X_{t+k}]$$

经济直觉：越远期的状态对行为人而言越模糊或越不重要！ $k \uparrow, \bar{m}^k \downarrow$

(2) 对于任意状态变量 $z(X_t)$ ： $E_t^{BR}[z(X_{t+k})] = \bar{m}^k E_t[z(X_{t+k})]$

以 $r(X_t)$ 为例： $E_t^{BR}[\bar{r} + \hat{r}(X_{t+k})] = \bar{r} + E_t^{BR}[\hat{r}(X_{t+k})] = \bar{r} + \bar{m}^k E_t[\hat{r}(X_{t+k})]$

经济直觉：行为人可以正确预期到稳态 $\bar{r}$ ，并且没有表现出对稳态的认知贴现；

但对于未来状态与稳态的偏离 $E_t[\hat{r}(X_{t+k})]$ 表现出短见

$\Rightarrow$ 行为因素仅作用于非稳态下的偏离

包含的定义与假设：

- X_t 的动态转移方程中随机扰动项 $E[\varepsilon_t] = 0$ ，设定当期即第 t 期
- 理性人对第 $t+k$ 期的预期记为 $E_t[X_{t+k}]$
- 作者将其记为引理1

C. MODIFICATION-相比于传统新凯恩斯模型，本模型做出了什么修正？优势是什么？

为什么行为人模型更符合现实？

●理性人假定下的动态IS曲线：

$$x_t = E_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

●行为人假定下的动态IS曲线：

$$x_t = M E_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

$$\xLeftrightarrow{\text{迭代}k\text{次}} x_t = -\sigma \sum_{k \geq 0} M^k E_t[\hat{r}_{t+k} - \hat{r}_{t+k}^n]$$

经济直觉：

●若 $M = 1$ (理性人假设)，意味着10年后的利率偏离与明年的利率偏离产生的影响相同

●若 $M < 1$ (行为人假设)，意味着10年后的利率偏离影响远小于明年的利率偏离影响

回顾与补充：

- 传统新凯恩斯模型的两个重要结论：动态IS曲线、菲利普斯曲线

- r_t^n —自然实际利率
- x_t —超额产出

- 作者假设理性模型下的费雪方程依然成立：

$$\begin{aligned}\hat{r}_t &= (r_t - \bar{r}) \\ &= i_t - E_t[\pi_{t+1}] - \bar{r}\end{aligned}$$

C. MODIFICATION-相比于传统新凯恩斯模型，本模型做出了什么修正？优势是什么？

为什么行为企业模型更符合现实？

- 理性企业假定下的菲利普斯曲线：

$$\pi_t = \beta E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$$

- 行为企业假定下的菲利普斯曲线：

$$\pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$$

经济直觉：

- 理性企业假设下， π_t 与 $E_t[\pi_{t+1}]$ 的相关系数为 β

然而由欧拉方程，稳态下： $\beta R = 1$ ， $R = 1 + \bar{r}$ ，意味着 β 是由稳态 $\bar{r}$ 决定的，不能随意改变 $\Rightarrow$ 企业对未来的关注度与价格黏性无关

- 行为企业假设下， π_t 与 $E_t[\pi_{t+1}]$ 的相关系数为 βM^f

$\Rightarrow$ 价格黏性越强，企业对未来的关注度越高！

回顾：

- π_t —通胀率
- x_t —超额产出
- M^f —企业认知贴现因子

- 企业的认知贴现因子 M^f 与无法调整定价的概率 θ 正相关：

$$M^f = \bar{m} \left(\theta + \frac{1 - \beta\theta}{1 - \beta\theta\bar{m}} (1 - \theta) \right)$$

D. MECHANISM-本模型的核心机制如何处理现实问题？

传统模型的问题

反常识：
行为主体完全理性

反理论：
永久性名义利率提高短期内使通胀上升；永久性通胀上升将带来产出永久性提高

反事实：
ZLB下，被动货币政策使经济不稳定，且经济激烈衰退

有限理性模型的机制

行为主体不可能完全理解和认识未来的政策和状况：有限理性行为主体可以正确预期到稳态，但对于未来状态与稳态的偏离表现出**短见**。

加入认知贴现因子 M 、 M^f

有限理性行为主体不会僵硬地遵从欧拉方程和企业定价决策。

问题解决

符合常识：
行为主体有限理性，存在短视

符合理论：
永久性名义利率提高在短期内使通胀、产出均下降，长期中逐步回归满足货币中性的均衡

符合事实：
ZLB下，经济状况稳定，且经济温和衰退

休息一下——开始推导！

➤ **Section 1** 基本模型设定

➤ **Section 2** 模型结论

➤ **Section 3** 货币政策

➤ **Section 4** 财政政策

➤ **Section 5** 模型扩展

SECTION 1 基本模型设定

A. 家庭问题

1° 完全客观的理性人

最优化问题: $\max_{\{c_t, k_t, N_t\}} E_t[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)]$

$$s.t. \quad k_{t+1} = (1 + \bar{r} + \hat{r}(X_t))(k_t - c_t + \bar{y} + \hat{y}(N_t, X_t))$$

$$X_{t+1} = \Gamma X_t + \varepsilon_{t+1}$$

2° “目光短浅”的行为人

重写最优化问题: $\max_{\{c_t, k_t, N_t\}} E_t^{BR}[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)]$

$$s.t. \quad k_{t+1} = (1 + \bar{r} + \hat{r}(X_t))(k_t - c_t + \bar{y} + \hat{y}(N_t, X_t))$$

$$X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1})$$

包含的定义与假设:

- 状态变量 X_t 包含TFP水平 ζ_t 与第 t 期执行的货币与财政政策
- 状态变量与稳态的偏离与TFP水平、政策相关:

$$\hat{r}_t = \hat{r}(X_t)$$

$$\hat{y}_t = \hat{y}(N_t, X_t)$$

- 微观基础: 数学推导行为
人收到信号 Y_1 ,

$$Y_1 = \begin{cases} X_1 & \text{概率为 } q \\ X'_1 & \text{概率为 } 1 - q \end{cases}$$

- (1) 行为人看到信号后, 对真实信号进行预期
- (2) 给定真实信号, 行为人预期的期望值

SECTION 1 基本模型设定

B. 企业问题

1° 完全客观的理性企业

最优化问题：
$$\max_{\{q_{it}\}} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} (\beta\theta)^{\tau-t} \frac{c(X_{\tau})^{-\gamma}}{c(X_t)^{-\gamma}} v(q_{it}, X_{\tau})$$
$$s.t. X_{t+1} = \Gamma X_t + \varepsilon_{t+1}$$

对目标函数的解释：

(1) $\frac{c(X_{\tau})^{-\gamma}}{c(X_t)^{-\gamma}}$ 表示在 $t \sim \tau$ 期内因不确定性而产生的随机贴现因子，约等于1

(2) $v(q_{it}, X_{\tau})$ 表示企业利润函数，其中 X_{τ} 定义为扩展的状态变量：

$$X_{\tau} = (X_{\tau}^M, \Pi_{\tau})$$

2° “目光短浅”的行为企业

重写最优化问题：
$$\max_{\{q_{it}\}} E_t^{BR} \sum_{\tau=t}^{\infty} (\beta\theta)^{\tau-t} \frac{c(X_{\tau})^{-\gamma}}{c(X_t)^{-\gamma}} v(q_{it}, X_{\tau})$$
$$s.t. X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1})$$

包含的定义与假设：

- 企业遵循 **Calvo** 定价摩擦：在每期仅有 $1 - \theta$ 的概率能够重新定价
- 企业定价决策：在第 t 期定价 q_{it} ，预计到第 τ 期 ($\tau > t$) 均无法调整价格，因此要使 $t \sim \tau$ 期内企业利润之和最大化；不考虑企业资本
- X_{τ}^M 表示 TFP 水平与政策， Π_{τ} 表示第 τ 期的通胀水平。企业决策的控制变量为价格，因此需考虑通胀因素；家庭决策均为实际变量

SECTION 1 基本模型设定

C. 模型求解

1° 家庭问题

$$\max_{\{c_t, k_t, N_t\}} E_t^{BR} [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)]$$

$$s.t. \quad k_{t+1} = (1 + \bar{r} + \hat{r}(X_t))(k_t - c_t + \bar{y} + \hat{y}(N_t, X_t))$$

$$X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1})$$

Step 1. 构造拉格朗日函数:

$$\mathcal{L} = E_t^{BR} [\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)] + \sum_{t=0}^{\infty} \lambda_t [k_{t+1} - (1 + r_t)(k_t - c_t + \omega_t N_t)]$$

Step 2. 求一阶条件, 得欧拉方程:

$$E_t^{BR} \left[\beta R_t \left(\frac{c(X_{t+1})}{c(X_t)} \right)^{-\gamma} \right] = 1$$

回顾与补充:

- 家庭收入 $y_t = \omega_t N_t$
- 效用函数为幂律形式:
$$u'(c_t) = c_t^{-\gamma}$$
$$u'(N_t) = N_t^{\phi}$$
- 记 $R_t = 1 + r_t$

C. 模型求解

1° 家庭问题

Step 3. 将欧拉方程线性近似化后，得：

$$\hat{c}_t = \bar{m} E_t[\hat{c}_{t+1}] - \sigma \hat{r}_t$$

定义认知贴现因子随机变量 $\mathbf{M}$ ，将 $\bar{m}$ 看作一个特定实现；将自然产出带入，由超额产出定义：

$$x_t = \hat{c}_t - \hat{c}_t^n = M E_t[x_{t+1}] - \sigma(\hat{r}_t - \hat{r}_t^n)$$

Step 4. 将费雪方程带入，得行为动态IS曲线：

$$x_t = M E_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

回顾与补充：

定义自然产出与超额产出：

- c_t^n —自然实际产出
- r_t^n —自然实际利率
- $\hat{c}_t^n$ —自然产出与稳态偏离
- x_t —超额产出

- 数学推导：由一阶条件、预算约束、生产函数，

$$\hat{c}_t^n = \frac{1+\phi}{\gamma+\phi} \zeta_t$$

- 经济直觉：TFP $\uparrow$, $\hat{c}_t^n \uparrow$

- 作者假设理性模型下的费雪方程依然成立：

$$\begin{aligned} \hat{r}_t &= (r_t - \bar{r}) \\ &= i_t - E_t[\pi_{t+1}] - \bar{r} \end{aligned}$$

SECTION 1 基本模型设定

C. 模型求解

2° 企业问题：

$$\begin{aligned} \max_{\{q_{it}\}} E_t^{BR} [\sum_{\tau=t}^{\infty} (\beta\theta)^{\tau-t} \frac{c(X_{\tau})^{-\gamma}}{c(X_t)^{-\gamma}} v(q_{it}, X_{\tau})] \\ s.t. X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1}) \end{aligned}$$

Step1. 首先解得行为企业的定价：

$$p_t^* = p_t + (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta \bar{m})^k E_t[\pi_{t+1} + \dots + \pi_{t+k} - \mu_{t+k}]$$

Step2. 由通胀水平 $\pi_t = p_t - p_{t-1}$ ，得行为企业的菲利普斯曲线：

$$\pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$$

$$\text{其中, } M^f = \bar{m} \left(\theta + \frac{1-\beta\theta}{1-\beta\theta\bar{m}} (1-\theta) \right)$$

经济直觉：当企业无法调整每期定价的概率 θ 越大，可以认为企业对未来的认知贴现因子 M^f 越大，表示企业在定价时越关注未来

回顾与补充：

- q_{it} — i 商品的实际对数价格
- p_t —对数总价格水平
- p_t^* —最优名义定价
 $p_t^* = q_{it} + p_t$
- μ_t —是第 t 期 TFP 水平 ζ_t 的线性函数，且系数为 1
- 经济直觉：
预期通胀率 $\uparrow$ ，定价 $\uparrow$
TFP 水平 $\uparrow$ ，定价 $\downarrow$
- M^f 表示随机变量化了的的企业认知贴现因子

SECTION 2 模型结论

概述——模型解决了哪些问题、有哪些创新？

Gabaix的改变与创新：

在加入认知贴现因子 ($M < 1$) 后：

- 行为主体对未来的预期对当期条件更敏感
- 对未来的预期对当期的决策影响更小

$$\begin{aligned}x_t &= M E_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n) \\ \pi_t &= \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t\end{aligned}$$

Gabaix解决的问题：

- A.重新考虑泰勒规则：固定利息率下，只有1个确定且平稳的均衡路径
- B.有限理性行为主体下，利率处于**ZLB**时的经济成本更低
- C.前瞻性指导作用减弱，政策悖论得解

SECTION 2 模型结论

A. 重新考虑泰勒规则：固定利息率下，只有一个确定且平稳的均衡路径

$$\begin{cases} x_t = ME_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n) \\ \pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t \\ i_t = \Phi_\pi \pi_t + \Phi_x x_t + j_t \end{cases} \Rightarrow \boxed{\mathbf{z}_t = \mathbf{A} E_t[\mathbf{z}_{t+1}] + \mathbf{b} a_t}$$

其中， $\mathbf{z}_t = \begin{pmatrix} x_t \\ \pi_t \end{pmatrix}$ ， $\mathbf{b} = \frac{-\sigma}{1 + \sigma(\Phi_x + \kappa\Phi_\pi)} \begin{pmatrix} 1 \\ \kappa \end{pmatrix}$ ，

$$\mathbf{A} = \frac{1}{1 + \sigma(\Phi_x + \kappa\Phi_\pi)} \begin{pmatrix} M & \sigma(1 - \beta^f \Phi_\pi) \\ \kappa M & \beta^f(1 + \sigma\Phi_x) + \kappa\sigma \end{pmatrix}$$

唯一确定均衡的解条件：

$$\Phi_\pi + \frac{(1 - \beta M^f)}{\kappa} \Phi_x + \frac{(1 - \beta M^f)(1 - M)}{\kappa\sigma} > 1$$

Note:

- $a_t = j_t - r_t^n$

- 泰勒规则：

$$\Phi_\pi > 1, \quad \Phi_x < 0$$

- $\beta^f := \beta M^f$

- $\mathbf{A}$ 的第二个特征根 $\lambda_2 < 1$ 的等价条件

SECTION 2 模型结论

A. 重新考虑泰勒规则：固定利息率下，只有一个确定且平稳的均衡路径

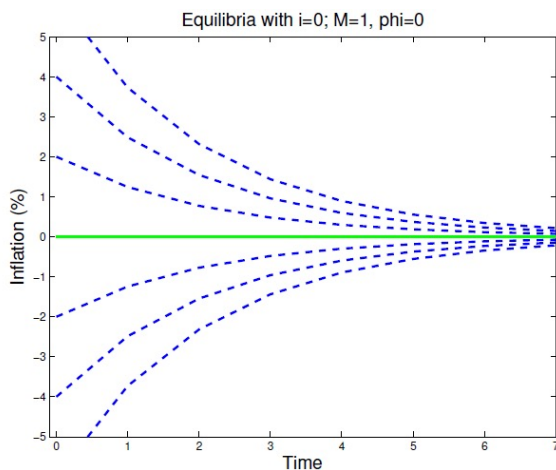
传统理性

$M=1$

唯一确定均衡的解条件： $\Phi_{\pi} + \frac{(1-\beta)}{\kappa} \Phi_x > 1$

问题：零下界时，泰勒规则被违背，实行被动货币政策， $\Phi_{\pi} < 1$ ：唯一确定均衡的解条件不满足

图示：以零利率情况为例



矩阵 $\mathbf{A}$ 的两个特征根：

$\lambda_1 < 1$: x_t 唯一确定

$\lambda_2 > 1$: π_t 有多个均衡

π_t 的每一条均衡路径都稳定且收敛，但无法排除。经济状况会在不同的均衡中跳跃。

有限理性能排除多种均衡的直觉：

有限理性的行为主体对未来的反应的敏感性较低，因此，有限理性使由未来消费变化引起现在消费的变化变小。

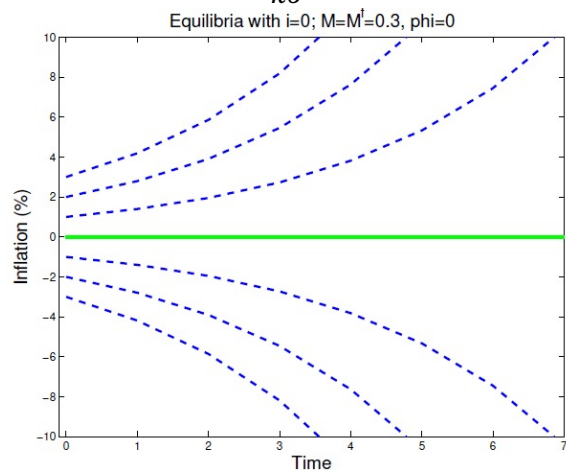
有限理性

$M < 1$

唯一确定均衡的解条件： $\Phi_{\pi} + \frac{(1-\beta M^f)}{\kappa} \Phi_x + \frac{(1-\beta M^f)(1-M)}{\kappa \sigma} > 1$

解决：零下界时，当 $\Phi_{\pi} = \Phi_x = 0$ ，实行被动货币政策，只要有有限理性足够强，即 M 和 M^f 足够小于1，0.86

$\frac{(1-\beta M^f) + (1-M)}{\kappa \sigma} > 1$ 唯一确定均衡的解条件仍然满足



矩阵 $\mathbf{A}$ 的两个特征根：

$\lambda_1 < 1$: x_t 唯一确定

$\lambda_2 < 1$: π_t 唯一确定

排除 π_t 的发散均衡路径，只剩下唯一确定的鞍点均衡路径。

SECTION 2 模型结论

B. 有限理性行为主体下，利率处于ZLB时的经济成本更低

思想实验：

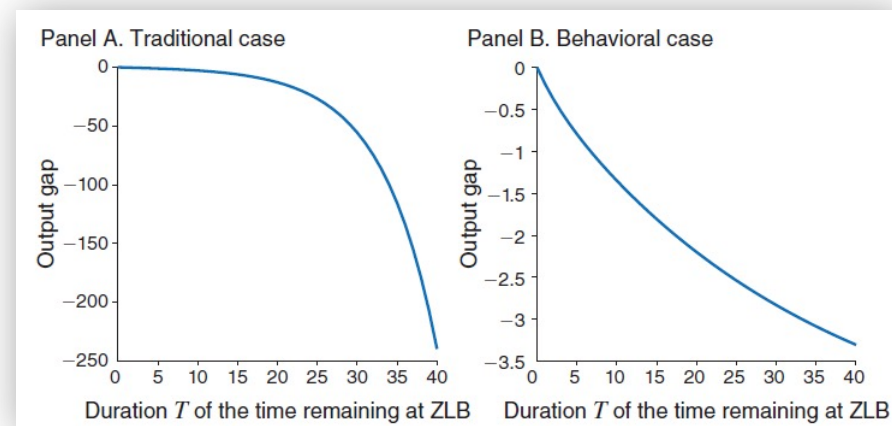
ZLB持续T期

$t \leq T$ 时, $r_t^n = \underline{r}$

$t > T$ 时, $r_t^n = \bar{r}$, $x_t = \pi_t = 0$, $\underline{r} < 0 < \bar{r}$, $i_t = \bar{r} + \Phi_\pi \pi_t = \bar{r}$, $\Phi_\pi > 1$

传统理性模型: $\lim_{T \rightarrow \infty} x_0(T) = -\infty$

有限理性模型: $\lim_{T \rightarrow \infty} x_0(T) = \frac{\sigma(1-\beta M^f)}{(1-M)(1-\beta M^f) - \kappa\sigma} \underline{r} < 0$



激烈衰退

温和衰退
(日本)

有限理性（短视）的作用机制：

当行为主体对利率高度敏感 $\rightarrow \sigma$ 值很大
价格粘性较小 $\rightarrow \kappa$ 值很大 $\rightarrow M = 1, \frac{(1-\beta)}{-\kappa} \underline{r}$ 无穷小

$M < 1$ 时, 使 $\lim_{T \rightarrow \infty} x_0(T) = \frac{\sigma(1-\beta M^f)}{(1-M)(1-\beta M^f) - \kappa\sigma} \underline{r}$ 有限

短视 ($M, M^f < 1$) 使未来的产出缺口对现有宏观经济的影响减弱。

• 回顾

$$x_t = ME_t[x_{t+1}] -$$

$$\sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

$$\pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$$

SECTION 2 模型结论

C. 前瞻性指导作用减弱，政策悖论得解

思想实验：

央行在0期宣布，T期时降低1%的实际利率，通胀率会发生什么？

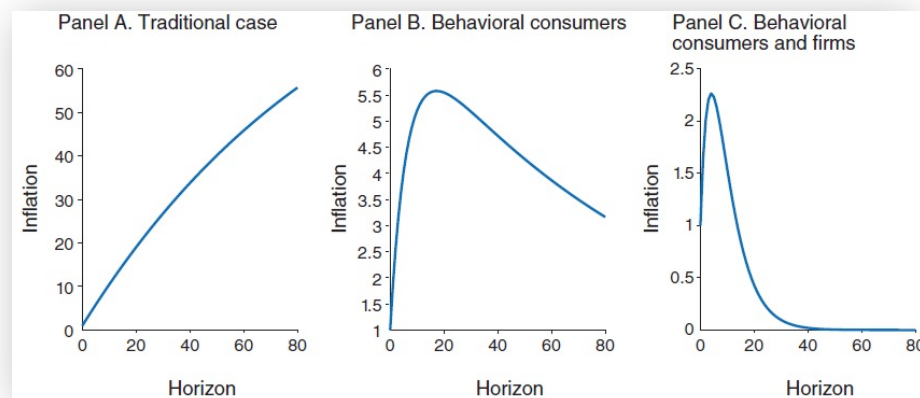
$$x_t = Mx_{t+1} - \sigma \hat{r}_t, \quad \hat{r}_t = -\delta = -1\%$$

$$t \leq T \text{ 时}, x_t = \sigma M^{T-t} \delta \quad t > T \text{ 时}, x_t = 0 \quad t \neq T \text{ 时}, \hat{r}_t = 0$$

$$\pi_0(T) = \kappa \sum_{t=0}^T (\beta^f)^t x_t = \kappa \sigma \sum_{t=0}^T (\beta^f)^t M^{T-t} \delta = \kappa \sigma \frac{M^{T+1} - (\beta^f)^{T+1}}{M - \beta^f} \delta$$

传统理性模型： $M = 1$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \pi_0(T) = \frac{1 - (\beta^f)^{T+1}}{1 - \beta^f} \kappa \sigma \delta = \frac{\kappa \sigma \delta}{1 - \beta^f}$

有限理性模型： $M < 1$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \pi_0(T) = 0$



政策悖论 (forward guidance puzzle)
距当期越远的政策，对当期的通胀影响越大。

SECTION 2 模型结论

C. 前瞻性指导作用减弱，政策悖论得解

思想实验：

央行在0期宣布，T期时降低1%的实际利率，通胀率会发生什么？

$$x_t = Mx_{t+1} - \sigma \hat{r}_t, \quad \hat{r}_t = -\delta = -1\%$$

$$t \leq T \text{ 时}, x_t = \sigma M^{T-t} \delta \quad t > T \text{ 时}, x_t = 0 \quad t \neq T \text{ 时}, \hat{r}_t = 0$$

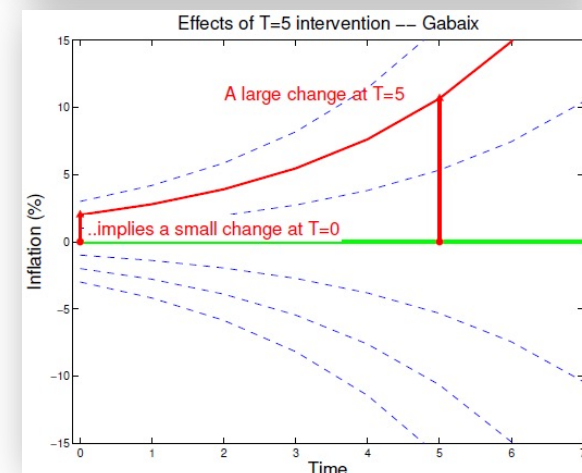
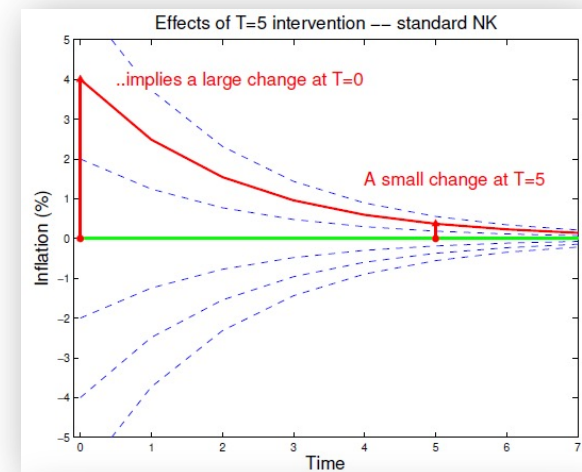
$$\pi_0(T) = \kappa \sum_{t=0}^T (\beta^f)^t x_t = \kappa \sigma \sum_{t=0}^T (\beta^f)^t M^{T-t} \delta = \kappa \sigma \frac{M^{T+1} - (\beta^f)^{T+1}}{M - \beta^f} \delta$$

传统理性模型： $M = 1$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \pi_0(T) = \frac{1 - (\beta^f)^{T+1}}{1 - \beta^f} \kappa \sigma \delta = \frac{\kappa \sigma \delta}{1 - \beta^f}$

有限理性模型： $M < 1$, $\lim_{T \rightarrow \infty} \pi_0(T) = 0$

经济直觉

原模型中，行为主体僵硬地遵循欧拉方程，所以未来的利率变动对现在会有较大的影响。但在有限理性行为主体下，这种影响被短视（ $M, M^f < 1$ ）弱化了。



SECTION 3&4 货币政策&财政政策

- 经济的最优状态：零产出缺口、零通货膨胀
- 福利：

$$\tilde{W} = \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t, N_t)$$

改写：

$$\tilde{W} = W^* + W$$

其中， W^* 是最优状态下的福利大小， w 则是相对于最优状态下福利大小的偏离量，这个偏离来自于通货膨胀与产出缺口：

$$W = -K \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \frac{1}{2} \beta^t (\pi_t^2 + \vartheta x_t^2) + W_-$$

其中， $\vartheta = \frac{\bar{\kappa}}{\epsilon}$, $K = u_c c(\gamma + \phi) \frac{\epsilon}{\bar{\kappa}}$, W_- 是一个常数， $\bar{\kappa}$ 是理性厂商的菲利普斯曲线的系数（由命题2推出）， ϵ 是需求弹性。

- 假设一个具有代表性的经济人，以他的期望效用表示福利

SECTION 3 货币政策

A. 冲击来自于生产率或折价因子，没有ZLB， $r_t^{n0} \geq 0$

- **ZLB:** 当自然利率变为负值（同时伴随低通货膨胀）时，最优名义利率也将为负值，而这基本上是不可能实现的。
- 由于存在生产率或折价因子的冲击，自然利率被改变（ $r_t^n = r_t^{n0}$ ）
- 考察以下行为方程：

$$x_{t+1} = M E_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$$

$$\pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$$

我们得出：当且仅当 $i_t = r_t^{n0}$ ，经济可以达到最优状态。

这与传统的理性经济人模型所得到的结果相同，
最优货币政策完美地复制了弹性价格均衡！

SECTION 3 货币政策

B. 冲击是由成本推动的

- 一个例子：

对菲利普斯曲线的扰动项 v_t ，使菲利普斯曲线变为：

$$\pi = \beta M^f \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t + v_t$$

- 模型求解：

央行最小化其损失

$$\max_{\pi_t, x_t} \mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[-\frac{1}{2} (\pi_t^2 + \vartheta x_t^2) \right] \quad \text{subject to} \quad \pi_t = \beta M^f \mathbb{E} \pi_{t+1} + \kappa x_t + \nu_t$$

于是，我们得到：为了对抗第0期的成本推动冲击，**最优的信守承诺的政策**要求下列条件：对于 $t \geq 0$ ，

$$\pi_t = \frac{-\vartheta}{\kappa} (x_t - M^f x_{t-1} 1_{t>0})$$

- 其中， v_t 服从AR(1)过程：

$$v_t = \rho_v v_{t-1} + \epsilon_t^v \\ \rho_v \in [0,1)$$

- $L_{x_t} = 0 \quad L_{\pi_t} = 0$

SECTION 3 货币政策

B. 冲击是由成本推动的

于是，信守承诺的货币政策要求对数价格水平满足：

$$p_t = \frac{-\vartheta}{\kappa} (x_t + (1 - M^f) \sum_{\tau=0}^{t-1} x_\tau)$$

在厂商根据行为模型行动 ($M^f < 1$) 时，在经历正向的成本推动冲击后，即使在长期，价格水平也会更高，单纯使用以价格水平为目标的货币政策不是最优的选项。

对比

若厂商是理性的 ($M^f = 1$)，仅仅使用以价格水平为调控目标的货币政策，在长期， $p_t = \frac{-\theta}{\kappa} x_t \rightarrow 0$ ，经济可以达到最优状态。

经济学逻辑

在未来创造通货紧缩的承诺对于现期是有帮助的，因为厂商都是非常有远见的。作为对比，这种前瞻性的力量在我们当前的行为模型中被削弱了。

- $p_t = \sum_{\tau=0}^t \pi_\tau$
并将初始对数价格水平
标准化为 $p_{-1} = 0$

SECTION 3 货币政策

B. 冲击是由成本推动的

相机决策的货币政策：

现期的央行将他的未来行动视为给定的，在行为模型的IS曲线和菲利普斯曲线约束下，通过选择 x_t, π_t, i_t 的值来最小化现期的损失 $-\frac{1}{2}(\pi_t^2 + \vartheta x_t^2)$ 即求解下列最优化问题：

$$\begin{aligned} & \max_{\pi_t, x_t} -\frac{1}{2}(\pi_t^2 + \vartheta x_t^2) \\ & \text{subject to } \pi_t = \beta M^f \mathbb{E} \pi_{t+1} + \kappa x_t + v_t \end{aligned}$$

最优政策要求：

$$\pi_t = \frac{-\vartheta}{\kappa} x_t$$

在均衡路径上，

$$i_t = K v_t + r_t^n, K = \frac{\kappa \sigma^{-1} (1 - M \rho_v) + \vartheta \rho_v}{\kappa^2 + \vartheta (1 - \beta M^f \rho_v)}$$

- $p_t = \sum_{\tau}^t \pi_{\tau}$
并将初始对数价格水平
标准化为 $p_{-1} = 0$

SECTION 3 货币政策

B. 冲击是由成本推动的

$$\pi_t = \frac{-\vartheta}{\kappa} x_t, \quad i_t = K v_t + r_t^n, \quad K = \frac{\kappa \sigma^{-1} (1 - M \rho_v) + \vartheta \rho_v}{\kappa^2 + \vartheta (1 - \beta M^f \rho_v)}$$

与传统理性行为主体模型对比：

共同点：都可以使经济达到最优状态，且产出缺口与通货膨胀之间的权衡取舍条件相同。

不同点：影响了经济达到最优状态过程中的利率路径。

一条性质：对于持续性的冲击（ $\rho_v > 0$ ），厂商越具有行为模型的特征（ M^f 越小），最优政策就越不激进（ K 的值更低）。

经济学逻辑

当厂商越不具备对未来的预测能力时，未来成本推动的冲击便不会对厂商现期的定价策略有太大的影响，因此中央银行也就需要对此作出更少的回应。

- 由上式定义，其中并没有 M^f

SECTION 4 财政政策

A. 前提与基础

- 财政政策：此处指政府的现金转移支付以及总量税，政府消费为零。
- 公共债务的变化路径：

$$B_{t+1} = B_t + Rd_t$$

其中， B_t 表示在 t 期税收前， t 期政府债务的实际价值。

在没有债务的稳态附近，其路径为 $B_{t+1} = R(B_t + \mathcal{T}_t)$ 。 $\mathcal{T}_t$ 是来自政府给予代理人的总量转移支付。

d_t 表示第 t 期的预算赤字（在支付债务利息之后），我们定义

$$d_t := \mathcal{T}_t + \frac{r}{R} B_t$$

行为模型中，行为人在第0期接受了政府的转移支付 G_0 ，同时只能部分地预期到这一收入的提高来自于未来更高的税收，因此，行为人在当期会增加消费。

• 在李嘉图式的理性消费者的传统模型中，这样的财政政策将会是完全无效的

• 自然而然地， $-\mathcal{T}_t$ 便是税收。

• 非蓬齐条件：

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t B_t = 0$$

在该模型中可以表示为

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \beta^t \left(\sum_{s=0}^{t-1} d_s \right) = 0$$

SECTION 4 财政政策

B. 模型假设

- 预算赤字暂时促进了经济活动。IS曲线变为：

$$x_t = M\mathbb{E}_t[x_{t+1}] + b_d d_t - \sigma(i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}] - r_t^{n0})$$

其中， r^{n0} 是在零负债下“纯粹”的自然利率， d_t 是预算赤字， b_d 是对赤字的敏感度。当行为人是理性的时候， $b_d = 0$ ；当行为人有限理性时， $b_d > 0$

与传统理性行为主体模型对比：

传统模型中，以政府的现金转移支付以及总额税作为手段的财政政策是无效的。

行为模型中，为赤字买单的总量税对于经济具有“刺激”作用。

- 由 $r_t^{n0} = \bar{r} +$

$$\frac{1+\phi}{\sigma(\gamma+\phi)} (ME_t[\zeta_{t+1}] - \zeta_t)$$

- 因为人们的收入增加了 G_0 ，由于认知折价因子的存在，他们也没有充分预期到未来税收的增加，因此 $b_d > 0$ 。

SECTION 4 财政政策

C. 货币政策与财政政策的相互替代

- 最优政策：当存在对 **自然利率** 的冲击时，当且仅当在每一期下列条件都满足时，经济达到最优状态

$$i_t = r_t^n \equiv r_t^{n0} + \frac{b_d}{\sigma} d_t$$

其中， r^{n0} 是在零负债下“纯粹”的自然利率，这一利率独立于财政政策与货币政策。

在该模型中，财政政策和货币政策可以 **完美互相替代**，并且他们的加权总和是被精确定义的（须使得上式成立）。

存在ZLB时的最优政策：

$i_t = 0$ ，同时t期负债为 $d_t = \frac{-\sigma}{b_d} r_t^{n0}$ 。——通过财政赤字来刺激需求。

- 前提：经济遭受生产力或折现因子冲击（但没有成本推动冲击），自然利率 r_t^{n0} 被改变，财政政策和货币政策都可供选择

- 由 $r_t^{n0} = \bar{r} +$

$$\frac{1+\phi}{\sigma(\gamma+\phi)} (ME_t[\zeta_{t+1}] - \zeta_t)$$

SECTION 3&4 货币政策&财政政策

Key Points

- 在行为模型下，当存在成本上升的冲击时，货币政策**不一定**能够将经济调整到最优状态。
- 在行为模型下，当存在对自然利率的冲击时，财政政策和货币政策是可以**完美相互替代**的。
- 存在**ZLB**时，**财政政策**是最优解。

SECTION 5 模型扩展

- A. 家庭问题
 - 1. 模型设定
 - 2. IS曲线及机制解释
- B. 企业问题
 - 1. 模型设定
 - 2. 菲利普斯曲线
- C. 通胀问题
 - 1. 模型设定
 - 2. 经济学问题讨论
 - a) 费雪定理的实现
 - b) 确定性均衡条件的改变
 - c) 有关新费雪悖论的讨论

A. 家庭问题

1° 模型设定

$$1) \quad k_{t+1} = (1 + \bar{r} + \mathbf{m}_r \hat{r}(X_t))(k_t - c_t + \bar{y} + \hat{y}^{BR}(N_t, X_t))$$
$$\hat{y}^{BR}(N_t, X_t) = \mathbf{m}_y \hat{y}(X_t) + w(X_t)(N_t - N(X_t))$$

真实总收入: $\hat{y}(X_t) = \hat{y}(N(X_t), X_t)$

部分感知总收入: $\hat{y}^{BR}(X_t) = \hat{y}^{BR}(N(X_t), X_t) = \mathbf{m}_y \hat{y}(X_t)$

完全感知边际收入: $(\partial/\partial N)\hat{y}(N_t, X_t) = (\partial/\partial N)\hat{y}^{BR}(N_t, X_t) = w_t$

2) 基础模型: 对未来真实变量的主观期望

$$X_{t+1} = \bar{m}(\Gamma X_t + \varepsilon_{t+1})$$

$$E_t^{BR}[\hat{r}(X_{t+k})] = \bar{\mathbf{m}}^k E_t[\hat{r}(X_{t+k})]$$

3) 扩展模型: 对未来可观测到的变量的主观期望

$$E_t^{BR}[\hat{r}^{BR}(X_{t+k})] = \mathbf{m}_r E_t^{BR}[\hat{r}(X_{t+k})] = \mathbf{m}_r \bar{\mathbf{m}}^k E_t[\hat{r}(X_{t+k})]$$

$$k \text{ 期可观测偏差} = \mathbf{m}_y \bar{\mathbf{m}}^k \times k \text{ 期真实偏差}$$

设定含义:

- $m_r, m_y \in [0, 1]$

衡量对当期变量感知程度

- $\bar{m} \in [0, 1]$

衡量对未来变量 X_{t+k} 感知程度

- $\hat{r}(X_t), \hat{y}(N_t, X_t)$

t期真实利率和个人收入

$\hat{r}^{BR}(X_t), \hat{y}^{BR}(N_t, X_t)$

消费者感知到的利率和收入

- N_t 给定个人劳动投入

$N(X_t)$ 总劳动投入

$\hat{y}(N_t, X_t)$ 真实个人收入

$\hat{y}(X_t)$ 真实总收入

A. 家庭问题

2° IS曲线

1) 行为消费函数: $c_t = c_t^d + \hat{c}_t$

• $c_t^d = \bar{y} + b_k k_t$ 稳态计划量

• $\hat{c}_t = E_t \left[\sum_{\tau \geq t} \frac{\bar{m}^{\tau-t}}{R^{\tau-t}} \left(b_r \mathbf{m}_r \hat{r}(X_\tau) + b_y \mathbf{m}_y \hat{y}(X_\tau) \right) \right]$ 偏移量

2) 行为人的欧拉方程: $\hat{c}_t = \mathbf{M} E_t[\hat{c}_{t+1}] - \sigma \hat{r}_t$

行为人的动态IS曲线: $x_t = \mathbf{M} E_t[x_{t+1}] - \sigma (i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$

基础模型: $M = \bar{m}, \sigma = \frac{1}{\gamma R}$

扩展模型: $M = \frac{\bar{m}}{R - r m_Y}, \sigma = \frac{m_r}{\gamma R (R - r m_Y)}, m_Y = \frac{\phi m_y + \gamma}{\phi + \gamma}$

设定含义:

- c_t^d 由静态优化问题:
(稳态 $\bar{k} = 0, \bar{\omega} = 1$)

$$\max_{c, N} \frac{c^{1-\gamma} - 1}{1-\gamma} - \frac{N^{1+\phi}}{1+\phi}$$
$$s.t. \ c = \omega N + k$$

- $\hat{c}_t$ 由动态优化问题得到
- m_Y 来源于行为人部分感知总收入, 但完全感知边际收入的假设
- 产出对利率的反映减小

A. 家庭问题

2° IS曲线作用机制

a) 完全客观的理性人

$$\frac{\Delta_{GE}}{\Delta_{direct}} = R^{\tau+1}$$

b) 部分认知的行为人

$$\frac{\Delta_{GE}}{\Delta_{direct}} = \left(\frac{R}{R - rm_Y} \right)^{\tau+1}$$

经济直觉：

- 局部均衡反映利率变动对消费的第一轮影响： $r \downarrow \Rightarrow c \uparrow$
- 基于对理性的共同知识，理性人可预期到其他人未来消费增加
- 未来收入增加，产生对消费的第二轮影响.....
- 部分认知的行为人对未来政策的间接影响（收入变动）不关注，减弱了每一轮的效应

B. 企业问题

1) 价值函数: $v^{BR}(q_{it}, X_\tau) = v^0(q_{it} - m_\pi^f \pi(X_\tau), \mu(X_\tau), c(X_\tau))$

$$p_t^* = p_t + (1 - \beta\theta) \sum_{k=0}^{\infty} (\beta\theta\bar{m})^k E_t[m_\pi^f(\pi_{t+1} + \dots + \pi_{t+k}) - m_x^f \mu_{t+k}]$$

2) 菲利普斯曲线: $\pi_t = \beta M^f E_t[\pi_{t+1}] + \kappa x_t$

$$M^f = \bar{m}(\theta + \frac{1-\beta\theta}{1-\beta\theta\bar{m}} m_\pi^f (1-\theta)) \in [0, 1] \quad \kappa = m_x^f \bar{\kappa}$$

引入行为参数 m_π^f, m_x^f 的好处:

① $m_x^f \in [0, 1] \rightarrow \kappa = m_x^f \bar{\kappa}$, κ 非常小不需要极端价格粘性

② 产出缺口的相对权重 $\rightarrow \vartheta = \frac{\bar{\kappa}}{\varepsilon} = \frac{\kappa}{m_x^f \varepsilon}$ 企业主体行为性越明显, m_x^f 越小, ϑ 越大

设定含义:

- $v^{BR}(q_{it}, X_\tau)$:
有限理性的企业感知到的利润函数

- $m_\pi^f, m_x^f \in [0, 1]$
 m_π^f 对通货膨胀的感知系数
 m_x^f 对边际成本的感知系数

$$MC_t = (1 - \tau_f) e^{-\mu\tau}$$

C. 非恒定通胀趋势

1° 企业问题模型修改

1. 模型修改

基础模型回顾：标准化为0的恒定通胀趋势，即在下述模型中 $\pi_t^d \equiv 0, \zeta=1$

扩展模型设定：

$$\begin{aligned}\pi_t^d &= \tilde{E}_t[\pi_{t+1} | (\pi_\tau, \pi_{\tau \geq t}^{CB})] \\ &:= (1 - \zeta)\bar{\pi}_t + \zeta\bar{\pi}_t^{CB}\end{aligned}$$

IS 曲线： $x_t = ME_t[x_{t+1}] - \sigma(i_t - E_t[\pi_{t+1}] - r_t^n)$

菲利普斯曲线： $\hat{\pi}_t = \beta M^f E_t[\hat{\pi}_{t+1}] + \kappa x_t$

设定含义：

- π_t^d ：默认通胀水平
(不一定是对真实通胀水平的最佳预测)
- $\bar{\pi}_t = (1 - \eta)\bar{\pi}_{t-1} + \eta\pi_{t-1}$ 代表历史通胀水平
 $\bar{\pi}_t^{CB} = (1 - \eta)\bar{\pi}_{t-1}^{CB} + \eta\pi_{t-1}^{CB}$
代表央行宣布的通胀目标
- ζ ：权重
(与历史通胀的方差和央行通胀目标可信程度相关)
- 仅将基础模型菲利普斯曲线中 π_t 替换为 $\hat{\pi}_t$

C. 非恒定通胀趋势

2° 经济学问题讨论

a) 达到费雪中性要求

- 传统模型: $M^f = 1, x = \frac{1-\beta}{\kappa} \pi$

当通胀永久性提高, 产出也永久性提高, 违背费雪中性

- 扩展模型: $M^f < 1, x = \frac{1-\beta M^f}{\kappa} (\pi - \pi^d)$

经过指数化, 通胀永久性提高将提高 π^d , 在长期中对产出无影响

b) 确定性均衡条件改变

- 基础模型: $\Phi_\pi + \frac{(1-\beta M^f)}{\kappa} \Phi_x + \frac{(1-\beta M^f)(1-M)}{\kappa \sigma} > 1$

- 扩展模型: $\Phi_\pi + \zeta \frac{(1-\beta M^f)}{\kappa} \Phi_x + \zeta \frac{(1-\beta M^f)(1-M)}{\kappa \sigma} > 1$

满足均衡条件需要: (1) $M, M^f < 1$, (2) $\zeta > 0$

- ζ : 代表对央行通胀目标的相信程度

- GALI: $M = 1, M^f \in (0,1)$
 $\zeta = 0, \pi_t^d = \pi_{t-1}$

- NK: $M = M^f = 1$

C. 非恒定通胀趋势

2° 经济学问题讨论

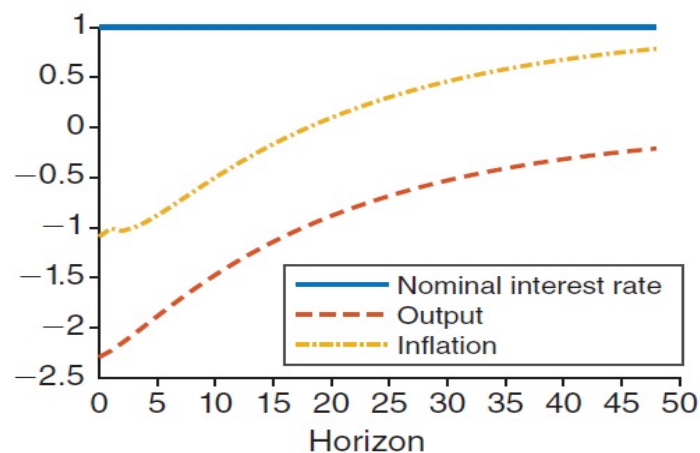
c) 新费雪悖论的讨论：永久性利率上升

	短期通胀	长期通胀
凯恩斯	↓	
费雪		↑

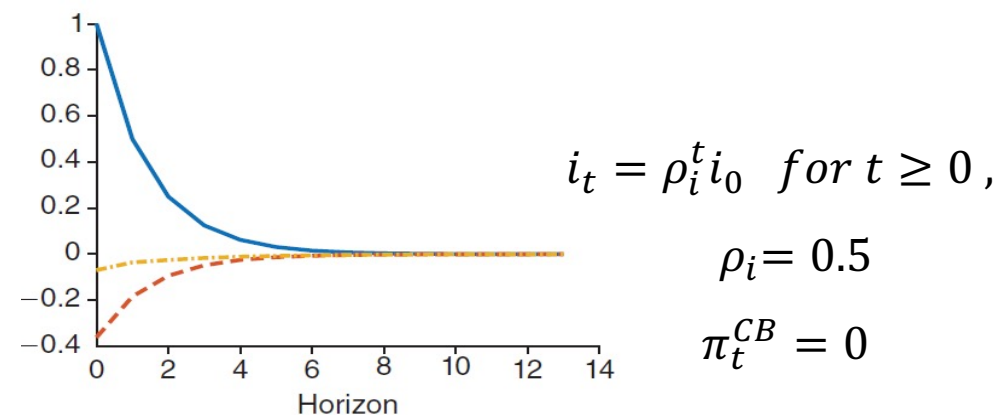


	短期通胀	长期通胀
新凯恩斯	↓	↑
新费雪	↑	↑

- 新费雪： $i_t = r + E_t[\pi_{t+1}]$
- 新凯恩斯：
定价摩擦；回溯的菲利普斯曲线；
货币摩擦



Permanent shock on interest rate



Temporary shock on interest rate