Understanding the Size of the Government Spending Multiplier

It’s in the Sign

杜佳怡 王小天

张雨莛 杨语薇

作者简介

Regis Barnichon

旧金山联邦储备银行；经济政策研究中心（CEPR）

宏观经济学，应用计量经济学，劳动经济学

Davide Debortoli

巴塞罗那经济学研究生院；经济政策研究中心

宏观经济决策，金融市场

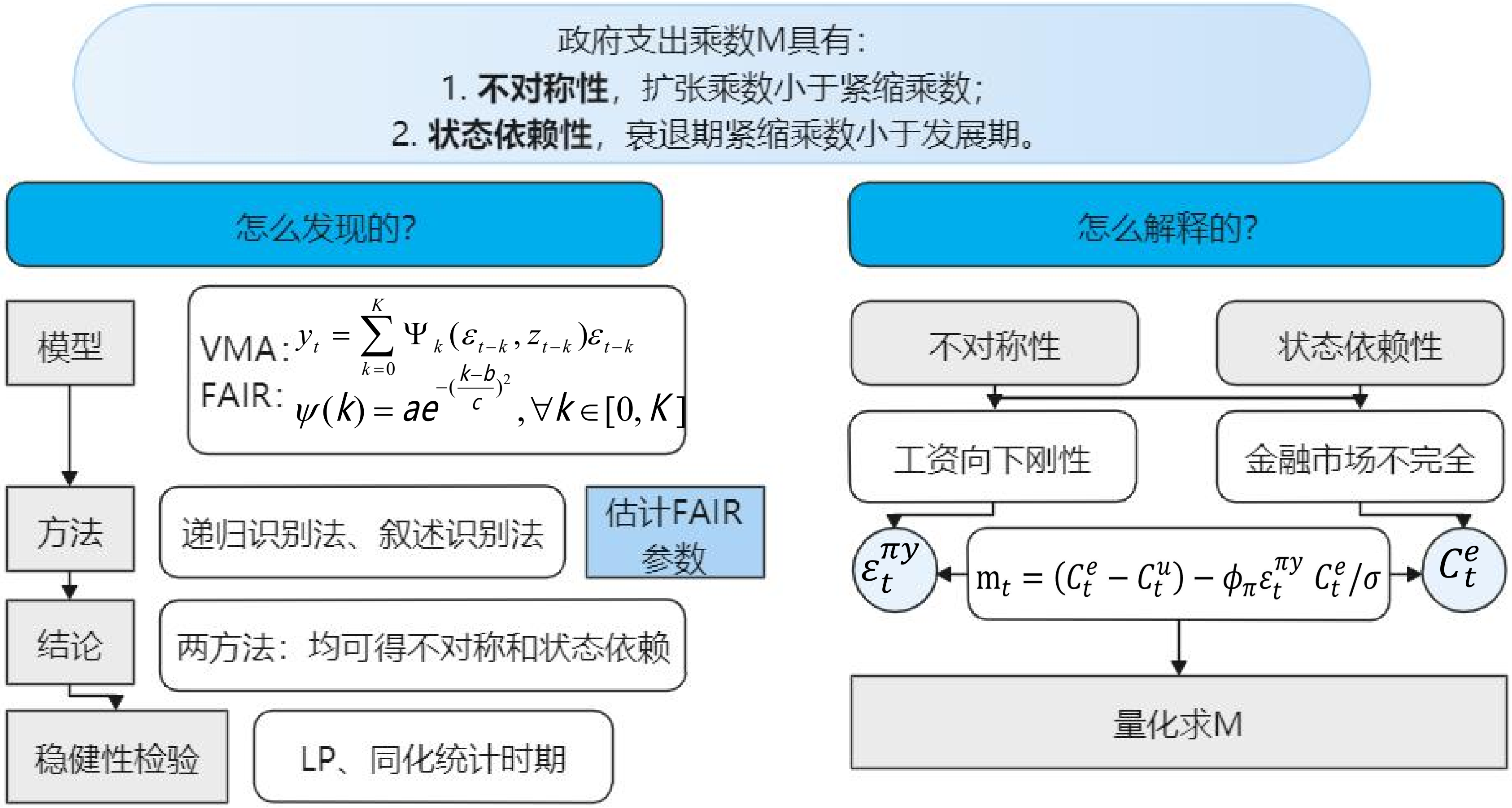
Christian Matthes

印第安那大学经济学院

宏观经济学，劳动经济学

Essay Structure

思维导图



政府支出乘数M具有：
1. **不对称性**，扩张乘数小于紧缩乘数；
2. **状态依赖性**，衰退期紧缩乘数小于发展期。
怎么发现的?
模型
VMA: $y_t = \sum_{k=0}^{K} \Psi_k(\varepsilon_{t-k}, z_{t-k})\varepsilon_{t-k}$
FAIR: $\psi(k) = ae^{-(\frac{k-b}{c})^2}, \forall k \in [0, K]$
方法
递归识别法、叙述识别法
估计FAIR参数
结论
两方法：均可得不对称和状态依赖
稳健性检验
LP、同化统计时期
怎么解释的?
不对称性
状态依赖性
工资向下刚性
金融市场不完全
$\varepsilon_t^{\pi y}$
$m_t = (C_t^e - C_t^u) - \phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e/\sigma$
C_t^e
量化求M

01

实证模型

提出冲击响应函数模型，引入FAIR和两种识别方案

确定政府支出乘数

FAIR - 冲击响应的函数近似

正态分布函数近似：高斯近似

- $\psi(k)$——滞后系数矩阵Ψ_k的一个元素；
  刻画 0 时刻的冲击在第 k 期产生的影响显现直至衰减的过程。

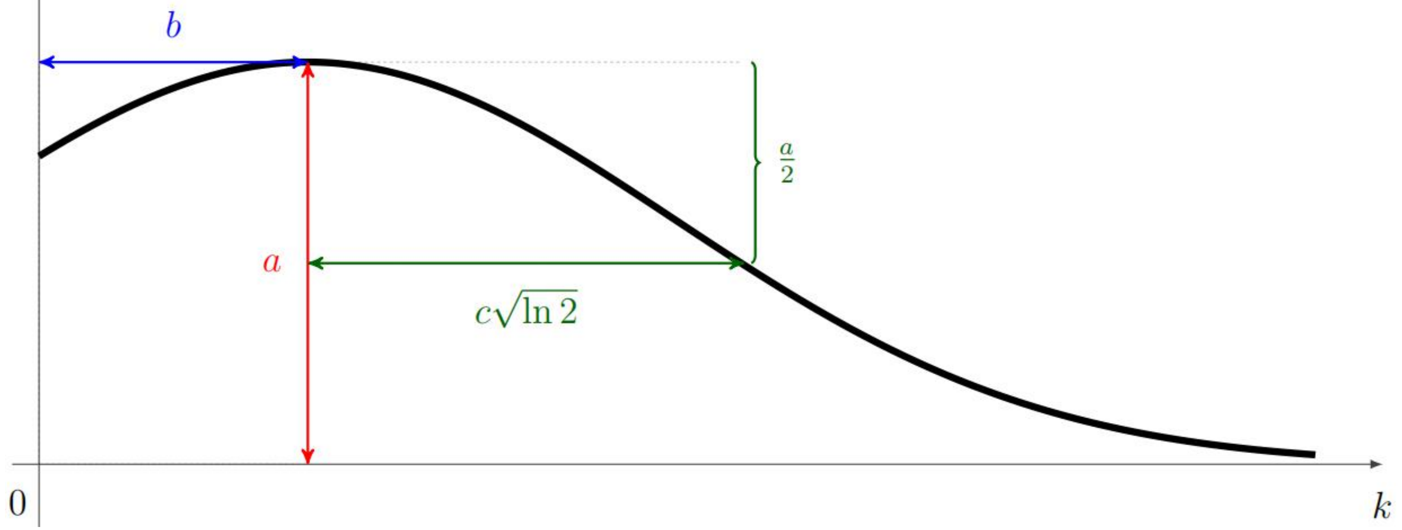
- 参数a,b,c捕捉到脉冲响应的三个独立特征：
  - a——脉冲响应的峰值
  - b——到达峰值的时间
  - c——冲击效应的持久性

- 大大减少了参数的数量！

$$y_t = \sum_{k=0}^{K} \Psi_k(\varepsilon_{t-k}, z_{t-k})\varepsilon_{t-k}$$ VMA 方法

$\downarrow$

$$\psi(k) = ae^{-(\frac{k-b}{c})^2}, \forall k \in [0, K]$$ FAIR 方法



两种识别方案

01 递归识别法 Blanchard and Perotti(2002)

Ψ_k：滞后系数矩阵，刻画之前的冲击在第 k 期产生的影响显现直至衰减的过程；

ξ_{tg} 表示第 t 期，新闻对政府支出的冲击。

02 叙述识别法 Ramey and Zubairy (2018a)

预测未来国防支出的意外变化；

ξ_{tg} 为冲击 ε 的工具变量，表示新闻冲击。

$$\begin{pmatrix} y_t \\ g_t \end{pmatrix} = \sum_{k=0}^{K} \underbrace{\boxed{\begin{pmatrix} \varphi_y(k) \\ \varphi_g(k) \end{pmatrix}}}_{\text{模型估计量}} \xi_{t-k}^{g} + \underbrace{\boxed{\begin{pmatrix} u_t^{\ y} \\ u_t^{\ g} \end{pmatrix}}}_{\text{残差项}}$$

政府支出乘数的定义方式与Mountford and Uhlig (2009) , Ramey and Zubairy (2018a) 相同：

$$M_K = \sum_{k=0}^{K} \psi_y(k) / \sum_{k=0}^{K} \psi_g(k)$$

其中，$\psi_y(.)$ 和 $\psi_g(.)$ 分别表示产出y和政府支出g对支出冲击的脉冲响应函数。

02

不对称的政府支出函数

在数学模型中引入不对称性

引入不对称性

$\psi(k)$ ⟹ $\psi(k)=\psi^{+}(k)\mathbb{1}_{\varepsilon^{g}_{t-k}>0}+\psi^{-}(k)\mathbb{1}_{\varepsilon^{g}_{t-k}<0}, \quad \forall k\in[0,K]$

假定冲击对称 ⟹ 用政府支出冲击ε^{g}的符号决定ψ，以允许不对称性。

其中 $\mathbb{1}_{\varepsilon^{g}_{t-k}>0}$ 是指示函数，即 $\mathbb{1}_{\varepsilon^{g}_{t-k}>0}=\begin{cases}1, if\ \varepsilon^{g}_{t-k}>0\\ 0, if\ \varepsilon^{g}_{t-k}\leq 0\end{cases}$

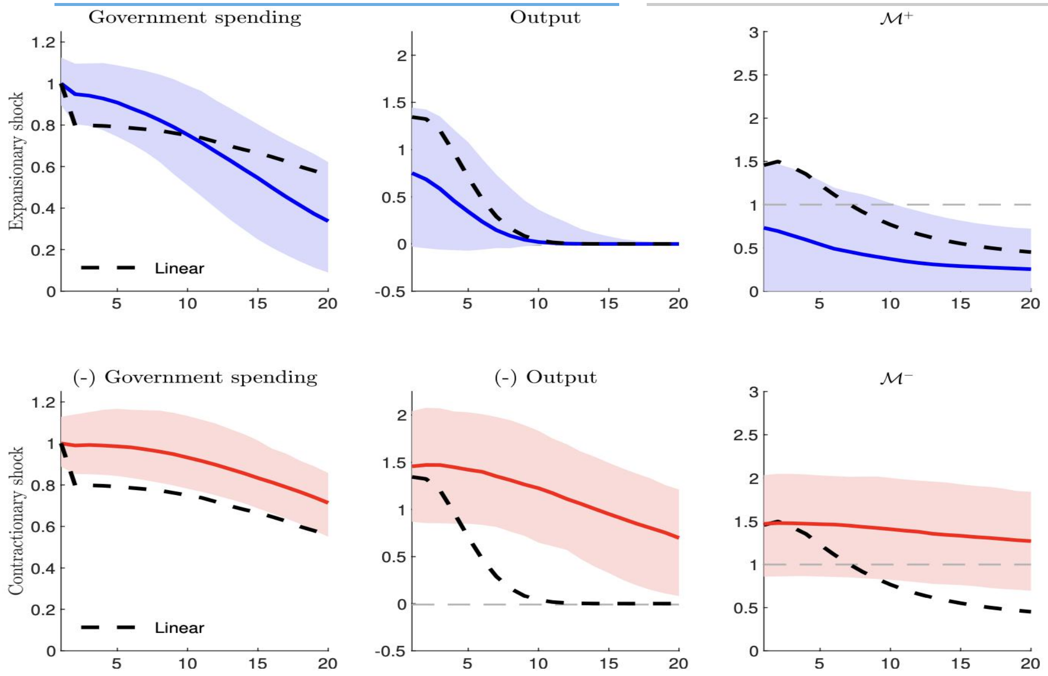
ψ^{+}——对政府支出增加时的脉冲响应；

ψ^{-}——对政府支出减少时的脉冲响应。

递归识别法 ⟹ 考虑变量组 $\left(\Delta g^{F}_{t|t-1}, g_t, \tau_t, y_t\right)'$，其中：

g——实际政府购买；τ——实际政府收入；y——国内生产总值。

递归识别法



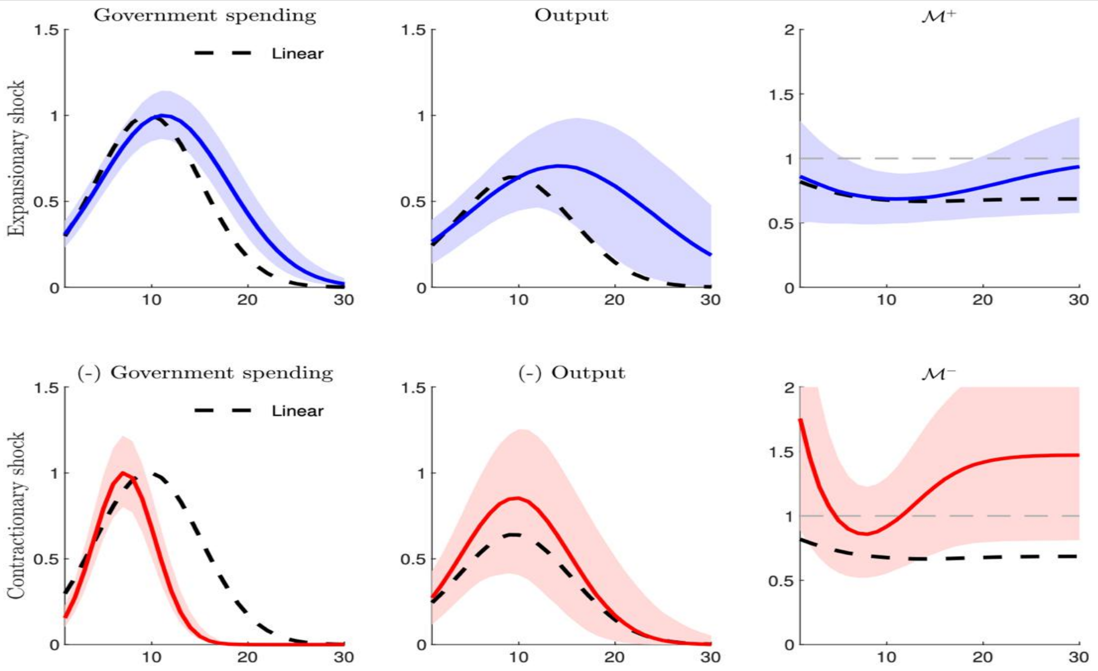
图：不同政府支出乘数M水平下，产出的脉冲响应

- 实线——不对称乘数；虚线——对称乘数；
- 误差带——置信率 90 %。

结论：(**1**) $\mathrm{M}^- > \mathbf{1} > \mathrm{M}^+$；

(**2**)**冲击反应更持久：Y变化更慢。**

叙述识别法



正面冲击后的乘数低于1，$M^+=0.78$；
负面冲击后的乘数高于1，$M^-=1.42$；
$M^- > M^+$的后验概率高于0.95。

03

不对称且有状态依赖的政府支出函数

在数学模型中引入商业周期状态，

改写FAIR模型中的变量a。

引入状态依赖性

$$\varphi(k) = a^{\pm} e^{-(\frac{k-b^{\pm}}{c^{\pm}})^2}$$

设 a 为经济周期

变量z_{t-k}的函数

$$\varphi(k) = a^{\pm}(z_{t-k}) e^{-(\frac{k-b^{\pm}}{c^{\pm}})^2}$$

由于样本量有限，

未将 b、c 设为 z 的函数。

存在模型偏误

递归识别法

具体刻画z_{t-k}

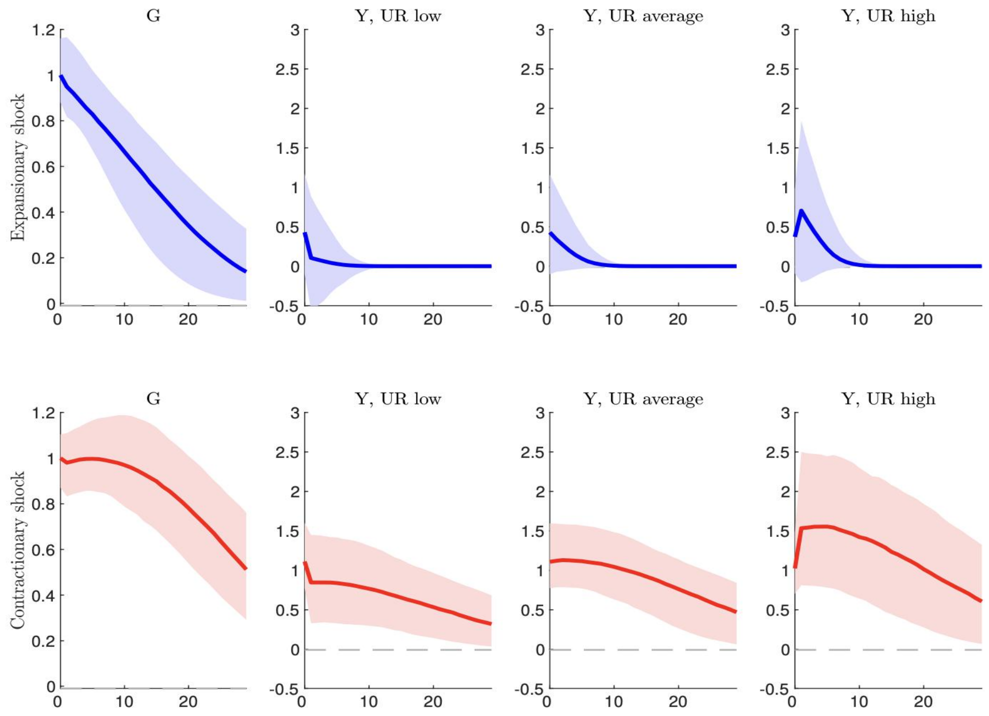
对a的影响

$$a^{\pm}(z_{t-k}) = a_0^{\pm}(1 + \gamma^{\pm} z_{t-k})$$

由于样本量有限，$\gamma^{\pm} > 0$ 时，脉冲响应大小随着周期性指标 z 的增加而线性增加。

递归识别法

叙述识别法



图：在三个不同的失业水平下，产出的脉冲响应

- 周期性指标 z ——采用失业率 UR

结论：(1) 扩张性冲击无状态依赖性，而收缩性冲击有；

(2) 经济衰退越严重，收缩性乘数越大。

失业率在1890-2014年波动较大。为避免失业异常值对状态依赖性估计的影响，**对z进行Logit处理**：

$$a^{\pm}(z) = a_0^{\pm}(1+\gamma^{\pm}\frac{e^{\beta^{\pm}z}}{1+e^{\beta^{\pm}z}})$$

Table 3: Asymmetric multipliers and labor market slack, 1947-2014

	Expansionary shock		Contractionary shock	
	U low	U high	U low	U high
$\mathcal{M}$ (recursive id.)	-0.01 (-0.1, 0.1)	0.03 (-0.1, 0.3)	0.95 (0.6, 1.3)	1.43 (0.8, 2.0)
P($\mathcal{M}^{U\ high}$> $\mathcal{M}^{U\ low}$)	P=0.68		P=0.92*	
$\mathcal{M}$ (narrative id.)	0.59 (0.3, 1.4)	0.67 (0.5, 0.9)	1.08 (0.7, 2.1)	1.73 (1.0, 3.3)
P($\mathcal{M}^{U\ high}$> $\mathcal{M}^{U\ low}$)	P=0.62		P=0.93*	

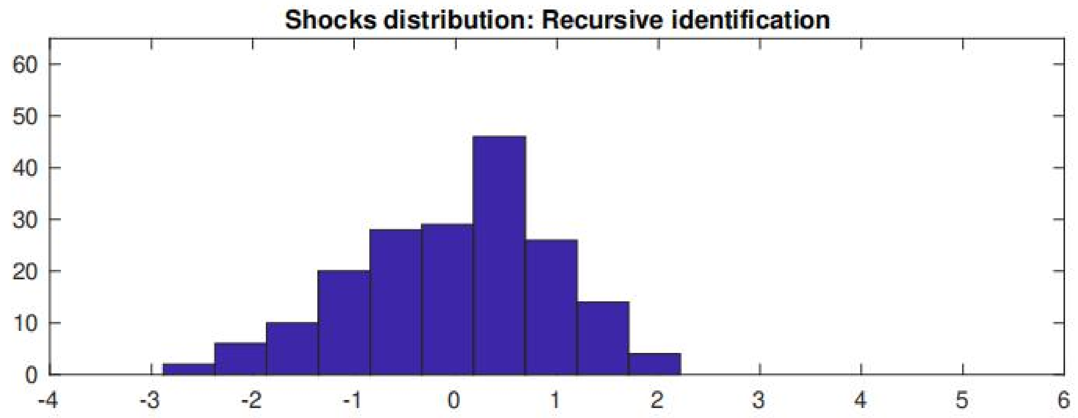
为什么结果一致?

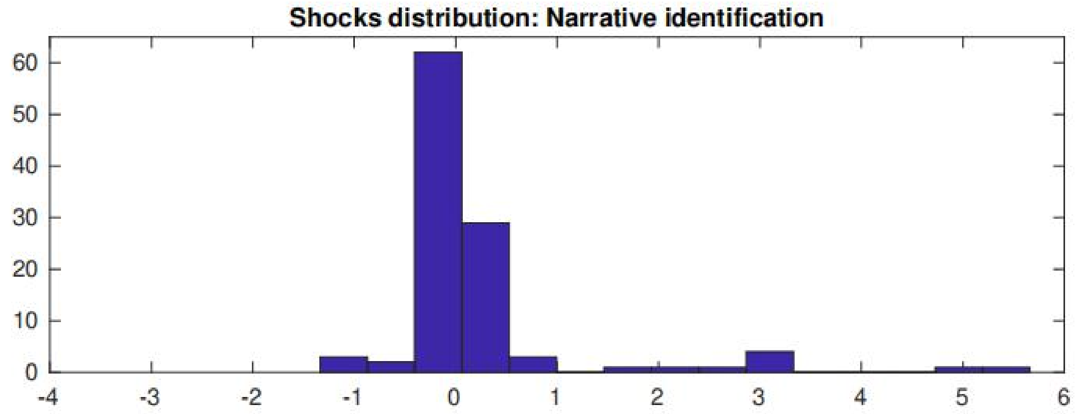
测算结果不一致的原因:

递归识别法中，冲击的分布在正负之间大致均匀；
叙述识别法中，少数非常大的正面冲击占主导地位。

本文注意到了这一问题:

本文	其他文章
在非对称乘数的假设下进行研究	在对称乘数的假设下进行，乘数是扩张和收缩下的加权平均





04

稳健性检验

①**同一样本时期**×两种识别方案

②**引入局部预测法**（Local Projections），证明LP方法和FAIR方法的结果相似

同一样本时期×两种识别方案

改用相同样本期
1947-2014

结果：
与使用不同样本期结果相似

	Expansionary shock		Contractionary shock	
	U low	U high	U low	U high
$\mathcal{M}$ (recursive id.)	-0.01 (-0.1, 0.1)	0.03 (-0.1, 0.3)	0.95 (0.6, 1.3)	1.43 (0.8, 2.0)
$P(\mathcal{M}^{U\ high} > \mathcal{M}^{U\ low})$	P=0.68		P=0.92*	
$\mathcal{M}$ (narrative id.)	0.59 (0.3, 1.4)	0.67 (0.5, 0.9)	1.08 (0.7, 2.1)	1.73 (1.0, 3.3)
$P(\mathcal{M}^{U\ high} > \mathcal{M}^{U\ low})$	P=0.62		P=0.93*	

由表可见，在同一样本期内，对于两种识别方案均有：
(1) 乘数具有显著不对称性（Expansionary shock / Contractionary shock）
(2) 乘数具有显著状态依赖性（U low / U high）

局部预测 Local Projections

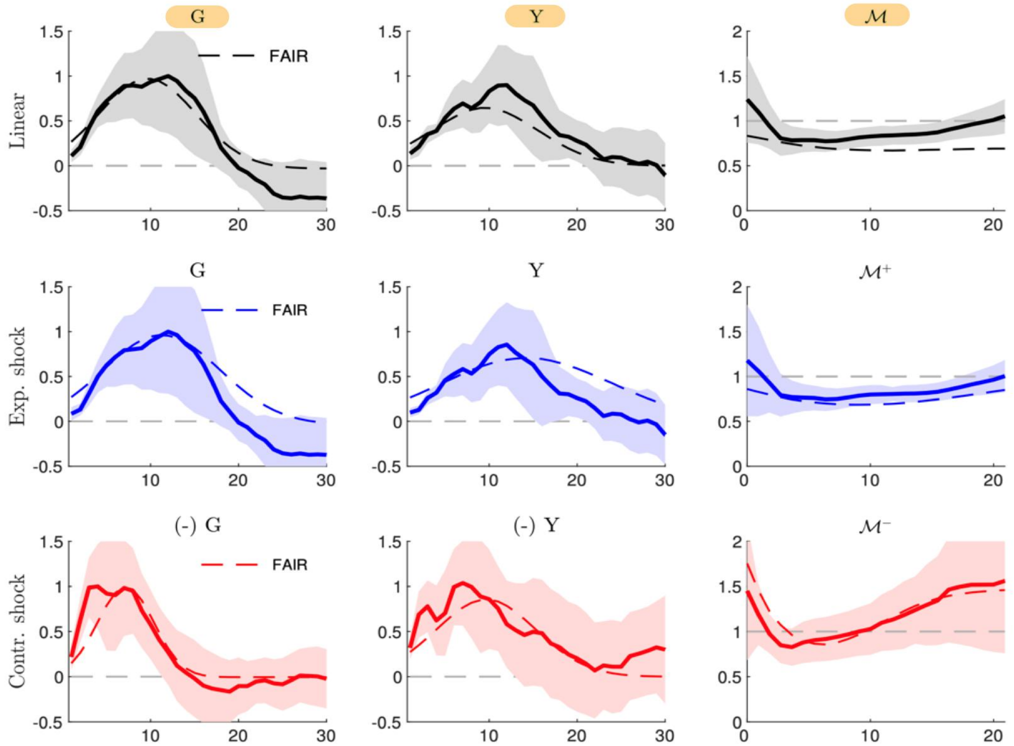
$$y_{t+k} = \alpha_k + \beta_k \xi_t^g + \gamma_k' x_t + u_{t+k},$$

$$\sum_{j=0}^{k} y_{t+j} = \alpha_k + m_k \sum_{j=0}^{k} g_{t+j} + \gamma_k' x_t + u_{t+k}$$

m_k：乘数 M_k 的估计值；ξ_t^g：代理变量；x：控制变量

LP与FAIR：效率和偏差的权衡

LP	FAIR
大量参数	参数数量少 缩小问题维度
没有偏差 (asymptotically)	函数近似可能会 引起较大偏差



实线：LP估计；虚线：FAIR估计

结论：LP 方法和 FAIR 方法结果相似，说明 FAIR 方法的偏差很小。

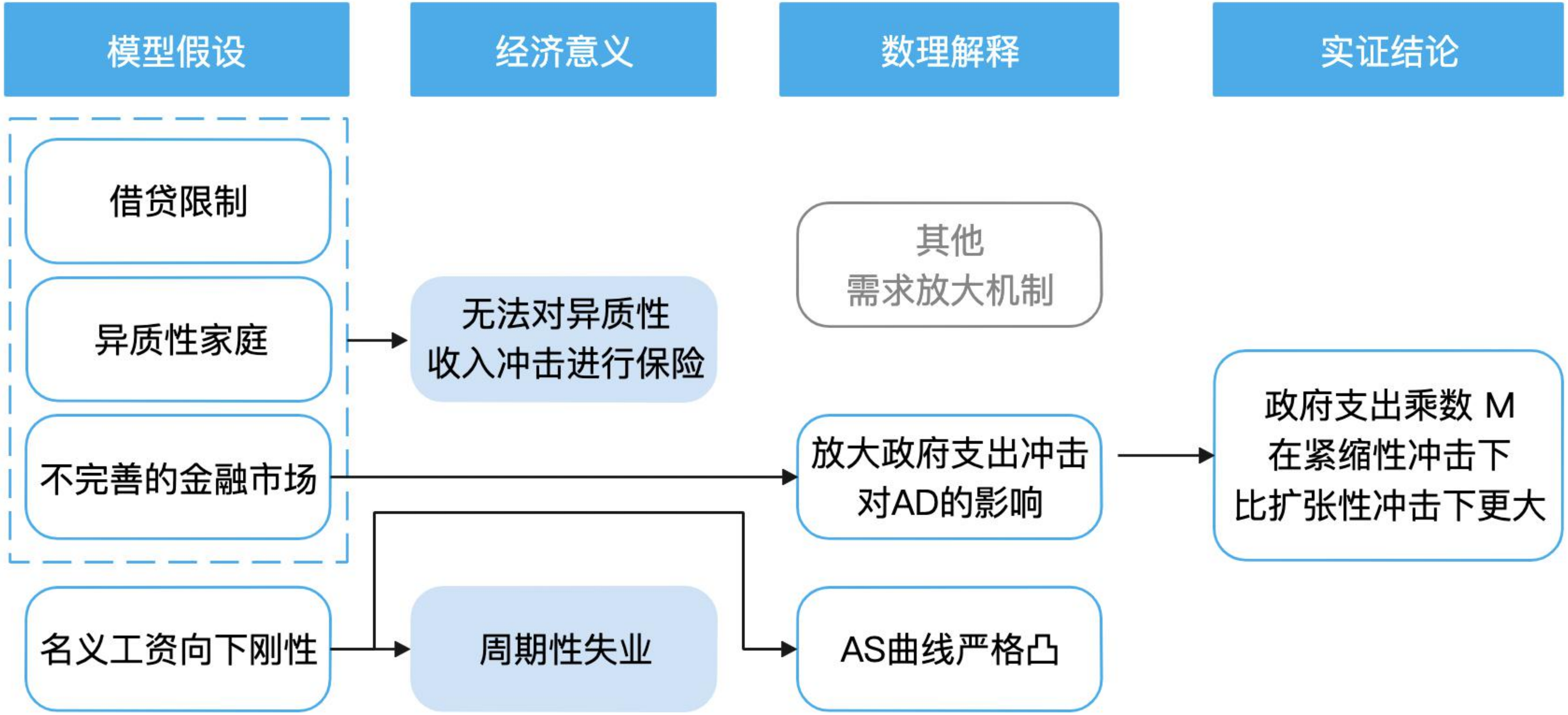
05

理论解释

利用工资向下刚性和不完全金融市场建模，

对不对称性和状态依赖性做理论解释。

理论机制


模型假设
经济意义
数理解释
实证结论
借贷限制
异质性家庭
不完善的金融市场
名义工资向下刚性
无法对异质性
收入冲击进行保险
周期性失业
其他
需求放大机制
放大政府支出冲击
对AD的影响
AS曲线严格凸
政府支出乘数 M
在紧缩性冲击下
比扩张性冲击下更大

供给 - 衡量失业

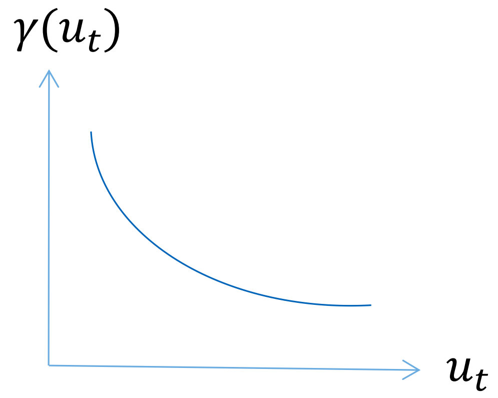
假设同质产品产量Y；劳动力L为唯一生产要素，产出函数Y_t=L_t，劳动力总量标准化为1；.
真实工资总满足 W_t/P_t = 1，u_t=1-L_t 家庭失业。

摩擦性失业：

- 每个时期，就业家庭的失业概率$\delta\in(0,1)$，失业家庭的就业概率$\chi_t\in(0,1)$

周期性失业：

- $\frac{W_t}{W_{t-1}} \geq \gamma(u_t)$，$\gamma(u_t)$表征工资刚性，满足$\gamma'(u_t) \leq 0, \gamma''(u_t) \geq 0.$



劳动供给曲线：

$$(u_t - \bar{u})\left(W_t - \gamma(u_t)W_{t-1}\right) = 0, \quad (14)$$

需求 - 异质性家庭与金融摩擦

异质性家庭：连续的 $i\in[0，1]$，偏好相同，设为 $\mathbb{E}_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta_{0,t} \frac{(C_t^i)^{1-\sigma}}{1-\sigma}$

其中：
C_t^i——消费；σ>0——风险规避系数；
$0 < \beta_{0,t} < 1$——时间贴现因子，$t\in[1,100]$，$\beta_{0,0}=1$，$\beta_{0,t+1} = \beta_{0,t} e^{-(\rho+z_t)}$；
$\rho+z_t$——隐含贴现率；z_t——外生总冲击。

家庭预算约束：

$$P_t C_t^i + \frac{B_t^i}{R_t} \leq \epsilon_t^i (W_t - T_t) + \left(1-\epsilon_t^i\right) b + B_{t-1}^i. \tag{15}$$

其中：
P_t——价格水平；R_t——名义利率；T_t——税收；b——失业补助金；B_t——家庭可交易的单期债券
ε_t^i=1表示就业，家庭预算约束为W_t - T_t；ε_t^i=0表示失业，家庭预算约束为 b；
假设$\bar{B}$ = 0——均衡状态下，所有家庭持有的财富为零。

需求 - 异质性家庭与金融摩擦

欧拉方程：$$\left(C_t^e\right)^{-\sigma}=e^{-(\rho+z_t)}R_t\mathbb{E}_t\left\{\left[(1-\delta)\left(C_{t+1}^e\right)^{-\sigma}+\boxed{\delta\left(C^u\right)^{-\sigma}}\right]\Pi_{t+1}^{-1}\right\} \tag{16}$$

预防性储蓄动机

有概率δ成为失业者

其中：

$\pi_t \equiv P_t/P_{t-1}$——总通货膨胀率。

e：就业者(employed)，u：失业者(unemployed)。

财政政策与货币政策

财政政策： $$bu_t + G_t = T_t\,(1 - u_t)\,. \tag{17}$$

政府征税以发放失业补贴。

货币政策： $$R_t = \bar{R}\Pi_t^{\phi_\pi} \tag{18}$$

$\bar{R}$——稳态利率； $\varphi_\pi > 1$——名义利率对通货膨胀的弹性。

产品市场出清： $$C_t^e Y_t + C^u\,(1 - Y_t) = Y_t - G_t, \tag{19}$$

均衡：计算 $\{C_t^e, Y_t, T_t, \Pi_t, R_t\}_{t=0}^{\infty}$

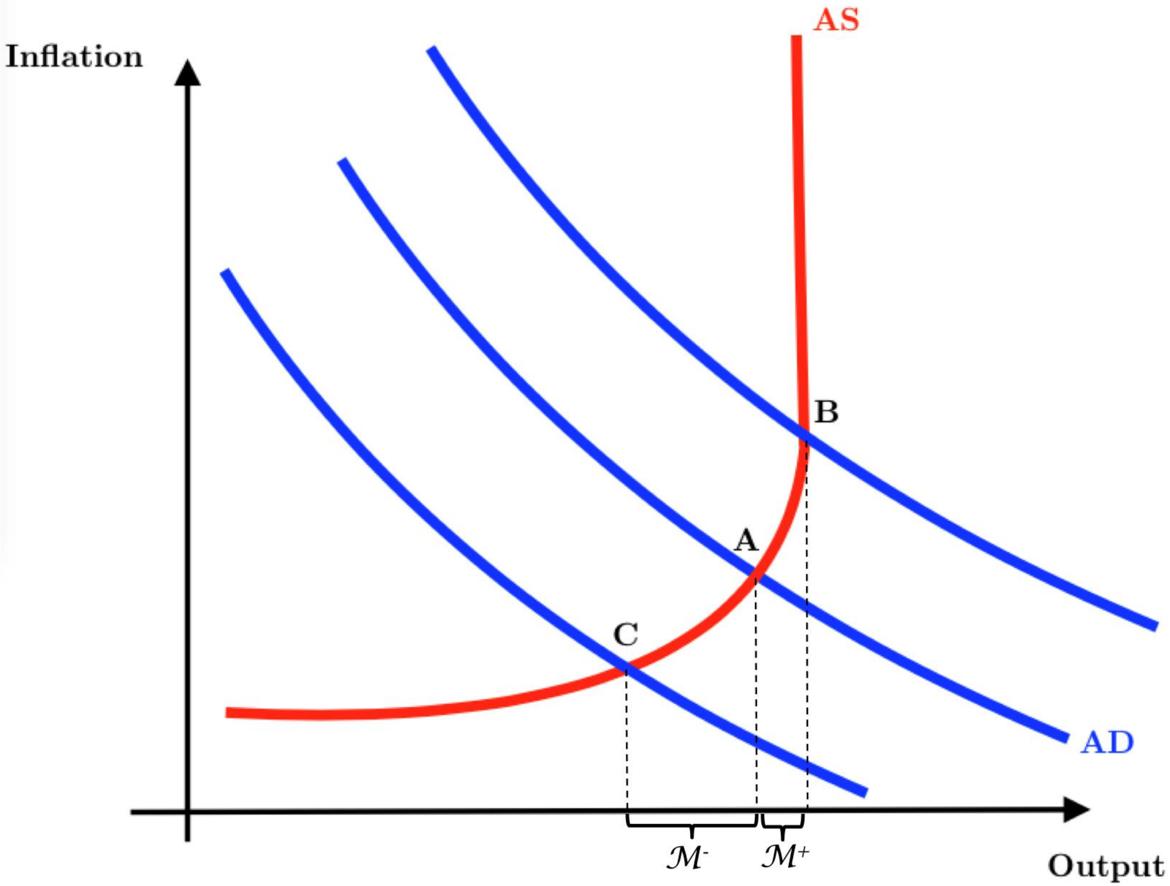
欧拉方程：
$$(C_t^e)^{-\sigma} = \bar{R}e^{-(\rho+z_t)}\Pi_t^{\phi_\pi}\mathbb{E}_t\left\{\left(C_{t+1}^e\right)^{-\sigma}\Pi_{t+1}^{-1}\left[(1-\delta)+\delta\left(\frac{C^u}{C_{t+1}^e}\right)^{-\sigma}\right]\right\}. \tag{20}$$

给定就业率下总产出：
$$\left(Y_t-\bar{Y}\right)\left[\Pi_t-\gamma\left(1-Y_t\right)\right]=0, \tag{21}$$

其中 $\bar{Y} \equiv 1-\bar{u}$ ——充分就业时的总产出。

联立欧拉方程和家庭预算约束，可得 C 和 T 的路径。

实证举例：工资向下刚性



条件：

- ✓ 没有周期性冲击，z=0
- ✓ 充分就业
- ✓ $G = \overline{G}$
- ✓ $C^e_{t+1} = \overline{C}$

作用机制：

- 工资向下刚性使 AS 曲线是凸的
- 不完全市场引起 AD 的不对称移动

实证举例

$$C_t^e Y_t + C^u (1 - Y_t) = Y_t - G_t$$

政府支出乘数 $\mathcal{M}_t = \dfrac{1}{1 - m_t}$

边际消费倾向 $m_t \equiv \dfrac{dC_t}{dY_t} = (C_t^e - C^u) + Y_t \dfrac{dC_t^e}{dY_t}$ …… (1)

$$(C_t^e)^{-\sigma} = \bar{R} e^{-(\rho + z_t)} \Pi_t^{\phi_\pi} \mathbb{E}_t \left\{ \left(C_{t+1}^e\right)^{-\sigma} \Pi_{t+1}^{-1} \left[(1 - \delta) + \delta \left(\frac{C^u}{C_{t+1}^e} \right)^{-\sigma} \right] \right\}$$

$$-\sigma (C_t^e)^{-1} \frac{dC_t^e}{dY_t} = \phi_\pi \frac{d\Pi_t}{dY_t} \frac{1}{\Pi_t}$$

$$Y_t \frac{dC_t^e}{dY_t} = -\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} \frac{C_t^e}{\sigma}$$ …… (2)

实证举例

联立（1）（2）可得：

$$m_t = \underbrace{(C_t^e - C^u)}_{\substack{\text{“consumption gap”} \\ \text{(incomplete markets)}}} - \underbrace{\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e / \sigma}_{\substack{\text{“crowding-out”} \\ \text{(nominal rigidities)}}}$$

就业和失业工人间的消费差距

挤出效应

实证举例

$$m_t = \boxed{\underbrace{(C_t^e - C^u)}_{\substack{\text{"consumption gap"} \\ \text{(incomplete markets)}}}} - \underbrace{\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e / \sigma}_{\substack{\text{"crowding-out"} \\ \text{(nominal rigidities)}}}$$

就业家庭比失业家庭消费更高

失业率降低，总消费提高

放大了政府支出正向冲击的影响

实证举例

$$m_t = \underbrace{\left(C_t^e - C^u\right)}_{\substack{\text{“consumption gap”} \\ \text{(incomplete markets)}}} - \boxed{\underbrace{\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e / \sigma}_{\substack{\text{“crowding-out”} \\ \text{(nominal rigidities)}}}}$$

$$\varepsilon_t^{\pi y} \equiv \frac{d\Pi_t}{dY_t} \frac{Y_t}{\Pi_t}$$

$$\varepsilon_t^{\pi y} \equiv -Y_t \gamma'(\cdot) / \gamma(\cdot) \geq 0$$

挤出效应的大小取决于:

①$\varepsilon_t^{\pi y}$：工资刚性的程度。刚性越强，数值越趋于0，挤出效应越弱。

②C_t^e：就业者的总消费。数值越低，实际利率变化的影响越小，挤出效应越弱。

$$m_t = \underbrace{(C_t^e - C^u)}_{\text{"consumption gap"}} - \underbrace{\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e / \sigma}_{\text{"crowding-out"}}$$

(incomplete markets) (nominal rigidities)

实证举例

① $\varepsilon_t^{\pi y}$:

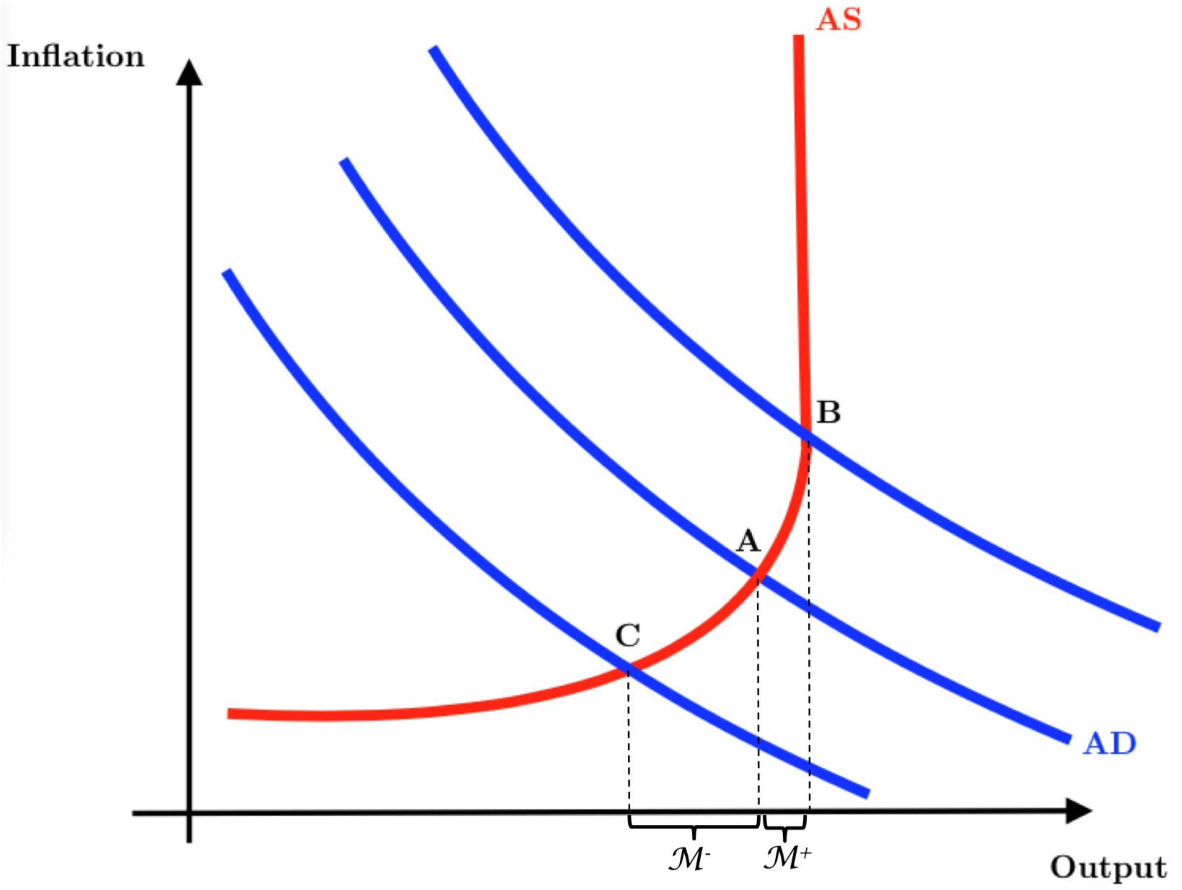
经验表明，若$d\varepsilon_t^{\pi y}/dY_t > 0$，在衰退期间工资刚性变强。

政府支出增加，A→B，挤出效应更强；

政府支出减少，A→C，挤出效应较弱。

即有 $M_t^+ < M_t^-$，

扩张性支出冲击对产出的影响要小于（同等规模的）收缩性冲击。



$$m_t = \underbrace{(C_t^e - C^u)}_{\text{"consumption gap"}} - \underbrace{\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e / \sigma}_{\text{"crowding-out"}}$$

(incomplete markets)　　(nominal rigidities)

实证举例

① $\varepsilon_t^{\pi y}$：

经验表明，若$d\varepsilon_t^{\pi y}/dYt > 0$，在衰退期间工资刚性变强。

政府支出增加，A→B，挤出效应更强；

政府支出减少，A→C，挤出效应较弱。

即有 $M_t^+ < M_t^-$，

扩张性支出冲击对产出的影响要小于（同等规模的）收缩性冲击。

② C_t^e：

求导：$\dfrac{dm_t}{dC_t^e} = (1 - \phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y}/\sigma)$

工资刚性时有：$\phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y}/\sigma < 1 \quad dC_t^e/dG_t < 0$

即有：经济衰退时的政府支出乘数大于经济扩张时的政府支出乘数。

量化

$$z_t = \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z, \varepsilon_t^z \sim N(\frac{-\sigma_z^2}{2}, \sigma_z^2) \qquad G_t = \bar{G}\exp g_t, g_t = \rho_z g_{t-1} + \varepsilon_t^g and \varepsilon_t^g \sim N(\frac{-\sigma_g^2}{2}, \sigma_g^2)$$

$$\gamma(u_t) = \gamma_0 + \frac{1}{\gamma_2}(\gamma_1 u_t)^{\gamma_2}$$

$$\rho = 0.01, \sigma_z = 2, \varphi^\pi = 1.5, \bar{u} = 4.5\%, \rho_g = 0,08, \sigma_g = 0.01, \rho_z = 0.14, \delta = 0.0588$$

相关商业周期文献：Barnichon & Mathes, Fern & ez-Villaverde, Elsby

步骤	估计变量	满足条件	参考	估计值
1	$\bar{G}$	稳定状态下，G / GDP = 0.2	\	0.1910
2	σ_z	失业的平均值为6%	1948-2018水平	0.062
3	b	稳定状态下，b /（W−T）=0.4	Shimer（2005）	0.3141
4	$\gamma_0,\gamma_1,\gamma_2$	(i）在充分就业时，名义工资必须以正速率增长; (ii）失业率比$\bar{u}$高出1%，年化工资通货紧缩不能超过3%； (iii）失业率比$\bar{u}$高出4%，年化工资通货紧缩不能超过4%。	Daly & Hobijn (2014)	0.9897； 33.2824； 6.6398

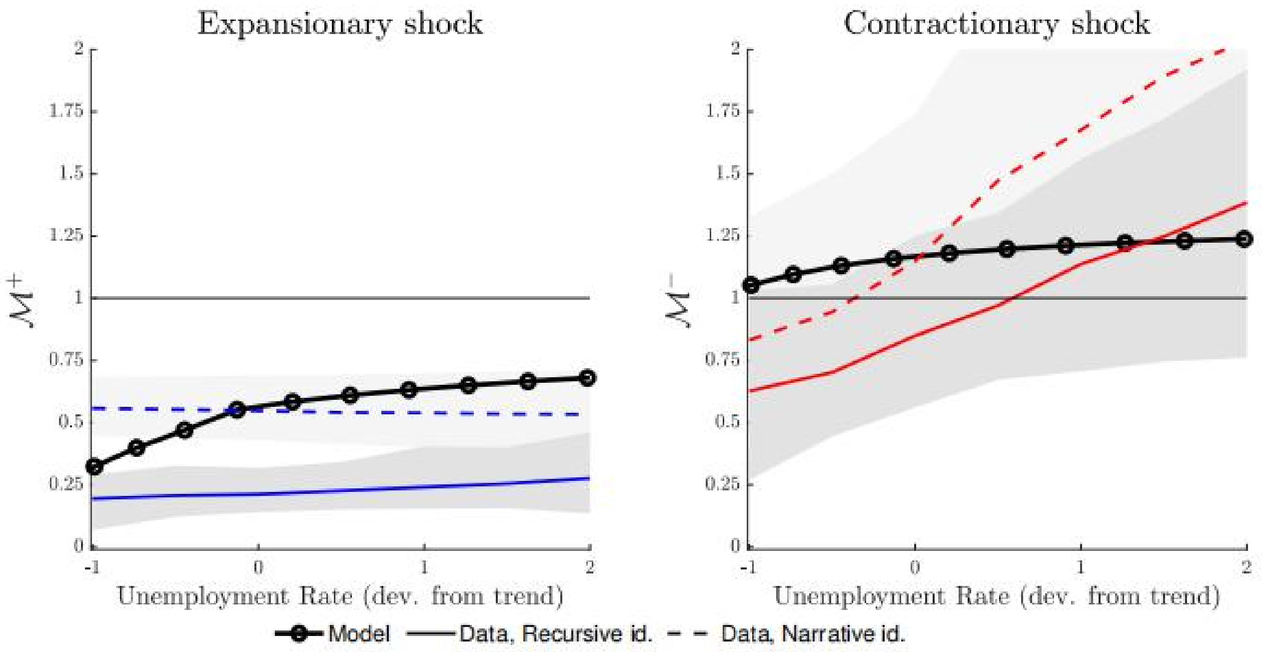
量化

$$\left(C_t^e\right)^{-\sigma} = e^{-(\rho+z_t)} R_t \mathbb{E}_t \left\{ \left[(1-\delta)\left(C_{t+1}^e\right)^{-\sigma} + \delta\left(C^u\right)^{-\sigma} \right] \Pi_{t+1}^{-1} \right\}$$

$$C_t^e Y_t + C^u (1 - Y_t) = Y_t - G_t,$$

$$\left(Y_t - \bar{Y}\right)\left[\Pi_t - \gamma(1 - Y_t)\right] = 0,$$

- **失业率（周期指标）--政府支出乘数**
- **财政支出的不对称性**



量化

Table 4: Multipliers in a Simulated Model

	Expansionary shock		Contractionary shock	
	U low	U high	U low	U high
Baseline	0.32	0.68	1.05	1.24

几乎完全解释了不对称性；

解释了1/3的状态依赖性。

Q：信噪比?

量化

Table 4: Multipliers in a Simulated Model

	Expansionary shock		Contractionary shock	
	U low	U high	U low	U high
Baseline	0.32	0.68	1.05	1.24
Perfect Insurance	0.18	0.30	0.43	0.49

几乎完全解释了不对称性；

解释了1/3的状态依赖性。

Q：信噪比?

$$C_t^e = C_t^u \forall t$$

量化

Table 4: Multipliers in a Simulated Model

	Expansionary shock		Contractionary shock	
	U low	U high	U low	U high
Baseline	0.32	0.68	1.05	1.24
Perfect Insurance	0.18	0.30	0.43	0.49
Constant Elasticity (AS) curve	0.91	0.91	0.91	0.91

几乎完全解释了不对称性；

解释了1/3的状态依赖性。

Q：信噪比？

$$C_t^e = C_t^u \forall t$$

$$(AS): \Pi_t = \left(\frac{1-u_t}{1-\bar{u}}\right)^{\varepsilon^{\pi y}}$$

06

总结与讨论

从发现到解释

思维导图

政府支出乘数M具有：

1. **不对称性**，扩张乘数小于紧缩乘数；
2. **状态依赖性**，衰退期紧缩乘数小于发展期。

怎么发现的?

模型

VMA: $y_t = \sum_{k=0}^{K} \Psi_k(\varepsilon_{t-k}, z_{t-k})\varepsilon_{t-k}$

FAIR: $\psi(k) = ae^{-(\frac{k-b}{c})^2}, \forall k \in [0, K]$

方法

递归识别法、叙述识别法

估计FAIR参数

结论

两方法：均可得不对称和状态依赖

稳健性检验

LP、同化统计时期

怎么解释的?

不对称性

状态依赖性

工资向下刚性

金融市场不完全

$\varepsilon_t^{\pi y}$

$m_t = (C_t^e - C_t^u) - \phi_\pi \varepsilon_t^{\pi y} C_t^e/\sigma$

C_t^e

量化求M

THANKS ”

July 15