Appendix B: Mapping of frictions into wedges and their components

- **Assumption**

为简化起见，设定模型如下：

$K=0$，$N=1$，$\gamma^A=1$，$E^i=G^i=0$

$\sigma=\alpha_{N,M}=1$ ，$\alpha_{N,A}\leq 1$

则前文的约束条件变为：

(1) → $U(c^A,c^M)=\eta lnc^A+(1-\eta)lnc^M$ ………… ①

(2) → $Y^i=X^i\left(N^i\right)^{\alpha_{N,i}}$ ………… ②

(3) (4) → $Nc^i=Y^i$ ………… ③

(6) (7) → $Nc^i=Y^i$ ………… ④

其中，$i=\{A,M\}$

- **Baseline frictionless economy**

在基准无摩擦经济体的竞争均衡中，企业是价格接受者，$\alpha_{N,A}\leq 1$（农业生产需要土地）

消费最优化：

$maxU(c^A(j),c^M(j))=\eta lnc^A(j)+(1-\eta)lnc^M(j)$

$s.t.\ \ P^Mc^M(j)+P^Ac^A(j)=Y(j)$

得最优条件：

$$\frac{1-\eta}{\eta}\ \frac{1/c^M(j)p_M}{1/c^A(j)p_A}=1$$

又由总体可行性约束：$C^i=\int c^i(j)dj$

得：$\frac{1-\eta}{\eta}\ \frac{1/c^Mp_M}{1/c^Ap_A}=1$

即无论收入如何分配，劳动力楔形中的消费部分都等于 1.

由②③④和劳动力楔形的消费部分：$\frac{p_MF_N^M}{p_AF_N^A}=1$

得到劳动力分配：

$$\frac{1-\eta}{\eta}\ \frac{1}{\alpha_{N,A}}\frac{N^A}{1-N^A}=1$$

- **Peasant communes**

在基准模型上，假定：

所有劳动力最初都在农业部门工作，并拥有相等的地租权。

由于农民公社的土地所有制，租金不可转让。

如果农业部门的劳动力转移到制造业工作，则失去地租权。

农业工资：$w_A=\alpha_{N,A}p_A\,F^A(N^A)/N^A$

地租：$\left(1-\alpha_{N,A}\right)p_A\,F^A(N^A)/N^A$

在均衡处，制造业工资=农业工资+地租

得到：

$$\frac{\omega_M}{\omega_A}=1+\frac{(1-\alpha_{N,A})p_A\,F^A(N^A)/N^A}{\omega_A}=\frac{1}{\alpha_{N,A}}>1$$

即劳动力楔形的流动部分扭曲。

- **Limited competition (monopoly capitalism)**

假定：所有制造业厂商在劳动力市场中是垄断者，在消费品市场中是价格接受者。
均衡处的劳动力供给$N(w)$，由于农业部门和制造业部门劳动力的自由流动性，以及农业生产的规模报酬递减，垄断厂商设定工资$w = w_A = p_A \alpha_{N,A}(1-N)^{\alpha_{N,A}-1}$

垄断者最大化利润：$\max\limits_{w} p_M N(w) - wN(w)$

可得：

$$\frac{p_M F_N^M/\omega_M}{p_A F_N^A/\omega_A} = 1 + \left(1-\alpha_{N,A}\right)\frac{N^M}{1-N^M} > 1$$

即制造业垄断力量造成劳动力楔形中的生产部分扭曲。

- **Segmented consumer goods markets, rationing, stockouts**

假定：只有一部分家庭能以p_A、p_M进行交易，其余家庭远离城市市场，只消费村中生产的农产品。
x表示可以自由交易的家庭的农产品消费占总农产品消费量C^A的比重。

由前文中的消费最优化条件$\frac{1-\eta}{\eta}\frac{1/c^M(j)p_M}{1/c^A(j)p_A} = 1$得：

$$\frac{1-\eta}{\eta}\frac{1/C^M p_M}{1/xC^A p_A} = 1$$

由此：

$$\frac{U_{M,t}/p_{M,t}}{U_{A,t}/p_{A,t}} = \frac{1-\eta}{\eta}\frac{xC^A p_A + (1-x)C^A p_A}{C^M p_M} = 1 + \frac{1-\eta}{\eta}\frac{(1-x)C^A p_A}{C^M p_M} > 1$$

即劳动力楔形中的消费部分扭曲。

- **"Big push" (Murphy, Shleifer and Vishny, 1989)**

消费者最优化消费效用减去劳动负效用：

$$\max\left\{\eta \ln c_A + (1-\eta)\int_0^1 lnc(i)di - \Delta 1[modern]\right\}$$

$$\text{s.t. } p_A c_A + \int_0^1 p(i)c(i)di = Y$$

规模报酬不变			生产效率	价格/工资水平	劳动的负效用	劳动力分配
	工业品	传统技术	1	$P_w = w_M = 1$	$\Delta > 0$	$N_M = \int_0^1 N(i)di$
		现代技术	X>1（垄断）	w'_M		
	农业品		1	$P_A = w_A = 1$	$\Delta = 0$	$N_A = 1 - N_M$

$\rightarrow c_A = \frac{Y}{p_A}\eta$

$c(i) = \frac{Y}{p(i)}(1-\eta)$

如果部门 i 进行工业化，其收益为$y_i - w'_M\left(\frac{y_i}{X} + D\right)$, $y_i = Y(1-\eta)$ 是价格$p(i) = 1$时对商品的需求。只有满足以下条件，才有工业化的动力：

$$y_i = Y(1-\eta) > D\frac{w'_M}{1-\frac{w'_M}{X}}$$

所有制造业部门对称，只有两种均衡情况：

1、 所有部门都进行技术革新

2、 所有部门都不进行技术革新

在每种情况下，$c(i) = c_M = \int_0^1 c(i)di = Y(1-\eta)$

当制造业没有实现工业化时，平衡类似于在第 3.2 节中的基准无摩擦经济。最优条件：

$$\frac{1-\eta}{\eta}\left(\frac{c_A}{c_M}\right)\left(\frac{p_A}{p_M}\right) = 1$$

并且$p_A = p_M = 1$

$$\frac{1-\eta}{\eta}\left(\frac{N_A}{N_M}\right) = 1$$

$$N_A + N_M = 1$$

因此$N_A = \eta; N_M = 1-\eta$

消费者的收入$Y = 1$，

当且仅当$1-\eta < D\frac{w'_M}{1-\frac{w'_M}{X}}$，均衡存在。

所有制造业均进行工业化，需要额外 D 单位的劳动投入，会有X（$X > 1$）的规模报酬

最优条件:

$$\frac{1-\eta}{\eta}\left(\frac{N'_A}{XN'_M}\right) = 1$$

$$N_A + N_M + D = 1$$

得出

$$N'_A = \frac{(1-D)\eta X}{1-\eta+\eta X}$$

$$N'_M = \frac{(1-D)(1-\eta)}{1-\eta+\eta X}$$

消费者收入

$$Y' = p_A c'_A + p_M c'_M = XN'_M + N'_A = \frac{(1-D)X}{1-\eta+\eta X}$$

工业部门的工资

$$\ln\left(Y' - (\omega'_M - 1)\right) = \ln(Y') - \Delta$$

$$\omega'_M = 1 + \frac{(1-D)X}{1-\eta+\eta X}(1-e^{-\Delta})$$

工业化均衡存在：

$$Y'(1-\eta) > D\frac{w'_M}{1-\frac{w'_M}{X}}$$

若固定成本 D 足够小，现代化工业生产率 X 足够大：

$$\Pi' = \frac{(1-D)X}{1-\eta+\eta X} > \Pi = 1$$

在这种情况下，平衡是多重的。

在工业化均衡中，制造业的全要素生产率较高：

$$\frac{XN'_M}{N'_M + D} > \omega'_M > 1$$

在工业化均衡中$X > 1$，在非工业化均衡中$X = 1$。

在工业化均衡中，生产部分更高：

$$\frac{X}{\omega'_M} > \frac{N'_M + D}{N'_M} > 1$$

流动部分也更高：

$$\frac{\omega'_M}{\omega'_A} = \omega'_M > 1 = \frac{\omega_M}{\omega_A}$$

在这两个均衡中，价格比率和边际效用比率相同，因此劳动力楔子的消费部分相同。

无论何时存在这两种均衡，农业劳动力在工业化均衡中都较高：

$$\mathrm{N}'_A = \frac{(1-D)\eta X}{1-\eta+\eta X} > \mathrm{N}_A = \eta$$

只有当工业化导致更高的总收入$Y' > Y$时，才存在工业化均衡。即工业化导致对农产品的更高需求。

由于农业技术没有改变，农业生产的增长需要增加农业就业，劳动力从制造业转移到农业。而在制造业，更高的TFP 允许用更少的劳动力生产更多的产出。

结论：“大推动”假说导致劳动力楔形中的生产部分、流动部分扭曲，消费部分不变。