

第八讲 策略思维

樊潇彦

复旦大学经济学院

本讲主要内容

1. 为什么要学习博弈论?

1.1 大国博弈靠什么?

1.2 一起读点金融史

2. 博弈论基础

2.1 基本概念

2.2 完全信息静态博弈

2.3 完全信息动态博弈

3. 经济应用

3.1 产业组织

3.2 社会和网络经济学

3.3 拍卖理论

3.4 制度改进与机制设计

大国博弈靠什么？



Source: “The Art of War” from Wiki.

市场失灵

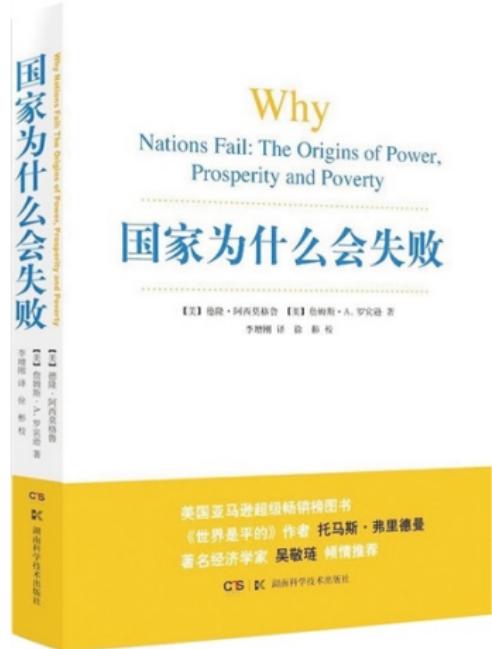
Wiki: In economics, **market failure** is a situation in which the allocation of goods and services is not efficient. That is, there exists another conceivable outcome where an individual may be made better-off without making someone else worse-off. ...

Market failures are often associated with **time-inconsistent preferences, information asymmetries, non-competitive markets, principal - agent problems, externalities, or public goods.**

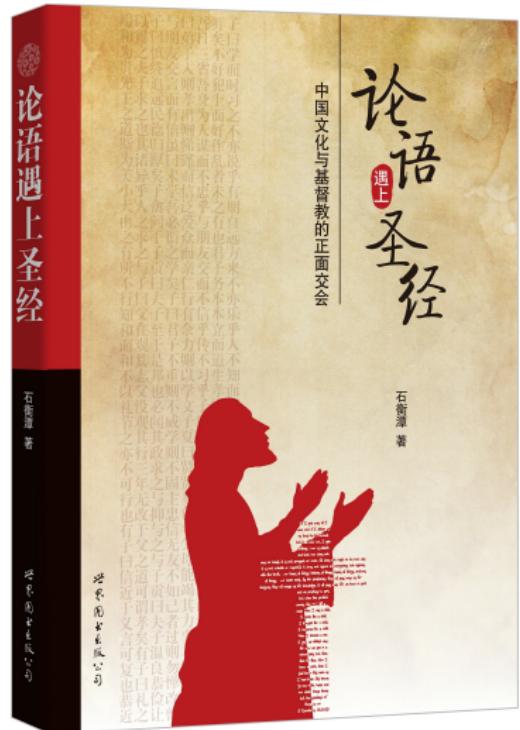
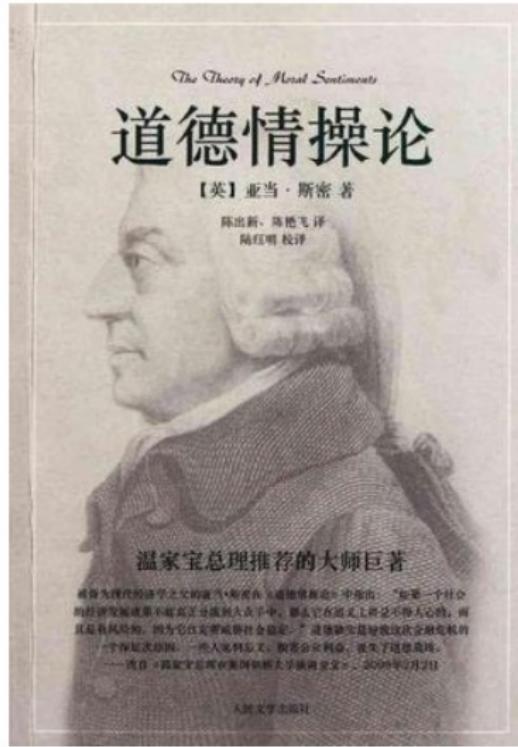


靠政府之手可以吗？

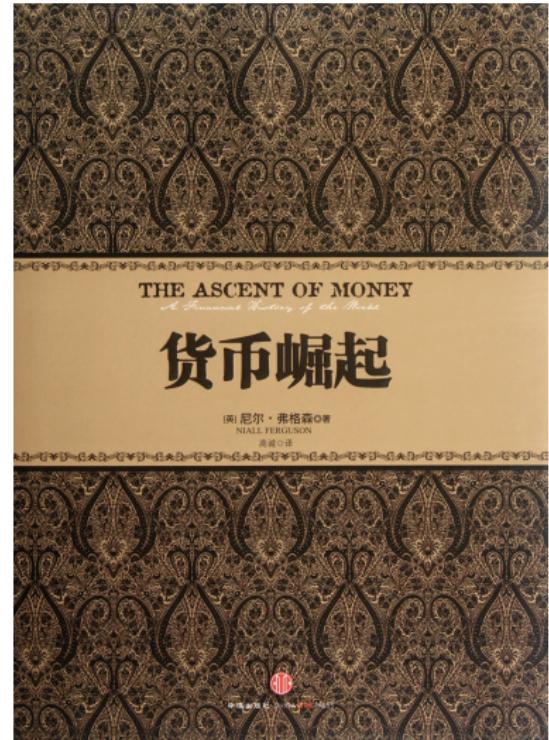
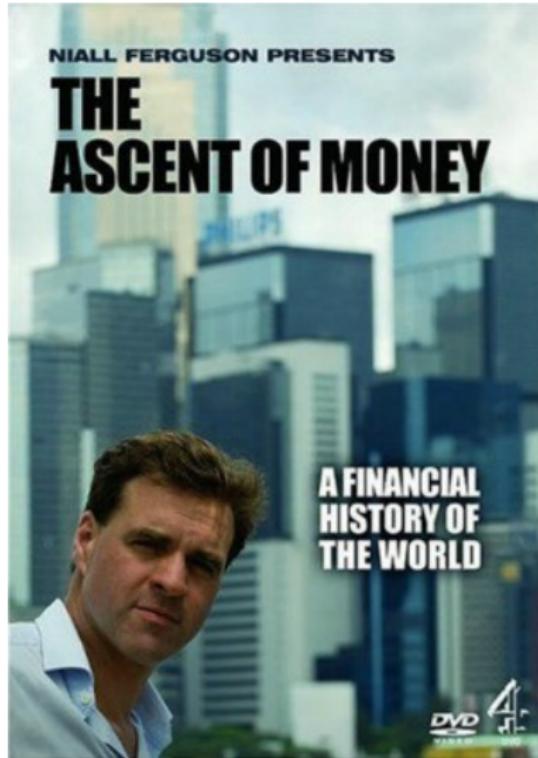
Wiki: ... However, government policy interventions, such as taxes, subsidies, bailouts, wage and price controls, and regulations (including poorly implemented attempts to correct market failure), may also lead to an inefficient allocation of resources, sometimes called government failure.



靠无形之手可以吗？



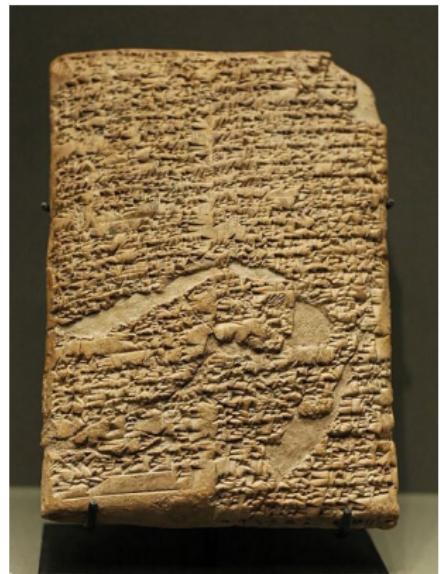
《货币崛起》



西方：汉莫拉比法典

A remarkable aspect of interest rates throughout Mesopotamian history was their constancy when officially stated. From the early second millennium a number of royal decrees exist that always proclaim a 20 percent interest rate for silver loans, and a 33.3 per cent rate for barley loans. The Laws of Eshunna, from the early eighteenth century, state in a concise way:

Per 1 shekel of silver (180 barleycorns) will accrue an interest of 36 barleycorns (i.e., 20 percent); per 300 silas of grain will accrue an interest of 100 silas (i.e., 33.33 percent).



Note: The Code of Hammurabi(1754 BC) recorded interest-bearing loans, from Wikipedia.

西方：上帝倒掉兑换银钱的人的钱，推翻他们的桌子



Note: Jesus casting out the money changers in Herod's Temple from “Money changer” term of Wikipedia.



Note: The money changer and his wife(1539) by Marinus van Reymerswaele from Wikipedia.

西方：银行业的兴起



注：1732年热络的威尼斯商港油画，来自维基百科“重商主义”词条。

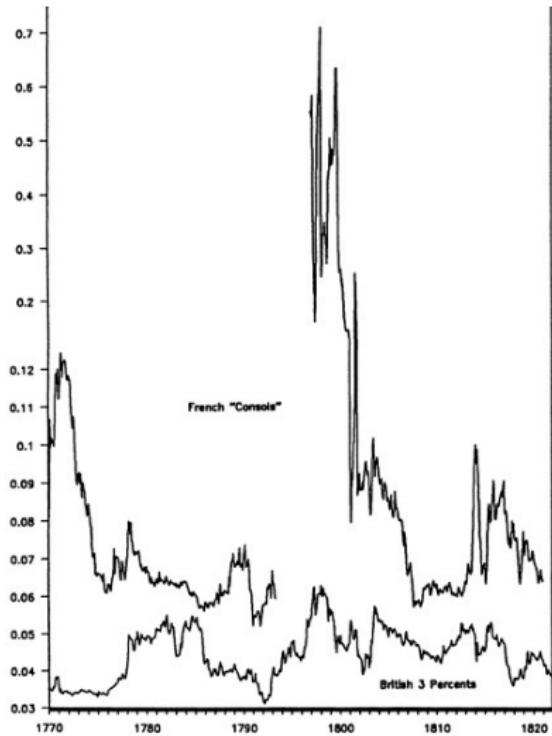
西方：货币发行的“格雷欣法则”

- ▶ 根据1215年的《大宪章》，英国王室的收入只能来自皇家自己的产业、投资和贸易关税。英王亨利八世（1491-1547）用了一个很简单办法，：**用金或银包裹贱金属铸钱，标上同样的价值投入流通。**这种货币为亨利八世筹集了大额收入，巩固了他的统治。但是**劣币驱逐了良币**，毁掉了英国银币的信誉与市场的稳定。世界上其他国家都拒绝接受英国银币，它的外贸支付捉襟见肘。
- ▶ 1558年伊丽莎白一世登基后第一件事就是**开辟海外金银财路**，然后**把旧币收回重铸，全部足赤足两**。她修正前朝错误，开启伊丽莎白新币时代。英国银币的名声从此大振，随着海上军事力量的发展，英国在国际贸易中独占鳌头，商业利润滚滚而来。

西方：国债之战

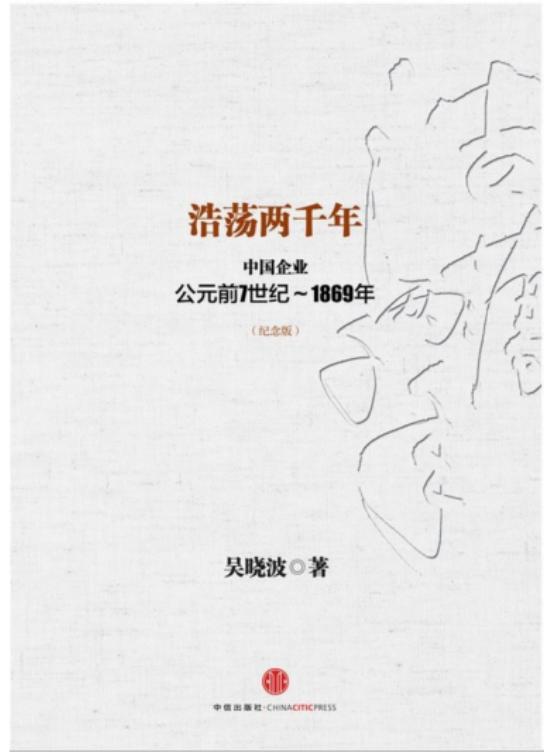
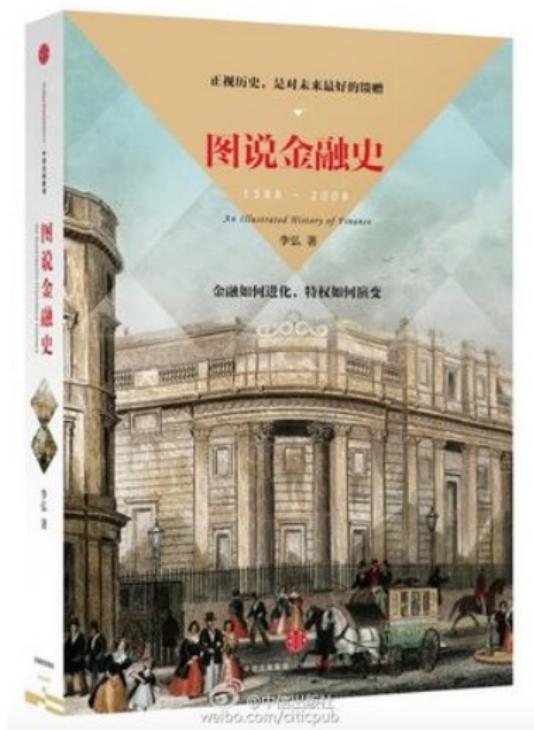


Better at raising armies than finance, the French fought with one hand tied behind their back.



注: Bordo and White(1991)中图3, 英法公债收益率。

中国没有金融史



中国：《史记》中的“子钱家”

- ▶ 高利贷者放款千贯，好好管理，贪心的（经营不好）可得三分利，廉正的（经营得好）可得五分利，收入都可以和食禄千乘的封君贵族之家媲比，这是大致的情况。至于其他杂业，**如果利润不足十分之二，那就不是我说的好致富行业。**⁶
- ▶ 吴楚七国起兵反叛汉朝中央朝廷时，长安城中的列侯封君要从军出征，需借贷有息之钱，高利贷者认为列侯封君的食邑都国均在关东，而关东战事胜负尚未决定，没有人肯把钱贷给他们。只有无盐氏拿出千金放贷给他们，**其利息为本钱的十倍**。三个月后，吴楚被平定。一年之中，无盐氏得到十倍于本金的利息，以此富致与关中富豪相匹敌。⁷

中国：官营借贷

- ▶ 《周礼》的思想：
 - ▶ 泉府……凡~~赊~~者，祭祀无过旬日，丧祀无过三月。凡民之~~贷~~者，与其有司辨而授之，**以国服为之息**。凡国事之财用取具焉，岁终，则会其出入而纳其馀。
 - ▶ 载师……凡任地，国宅无征，园廛二十而一，近郊十一，远郊二十而三，甸、稍、县、都皆无过十二，唯其漆林之征二十而五。
- ▶ 王安石的“青苗法”：
 - ▶ 预先将贷款按前十年中丰收时的粮价折成应归还的粮食数，归还贷款时即以此为标准，还钱或还粮食均可。
 - ▶ **一年贷两次**，一次在正月三十日以前，随夏税归还；一次在五月三十日以前，随秋税归还。**利率每次2分**。
 - ▶ 贷款数根据户等，一等户不超过15贯，二等户10贯，三等户6贯，四等户3贯，五等户1.5贯。

中国：民间借贷



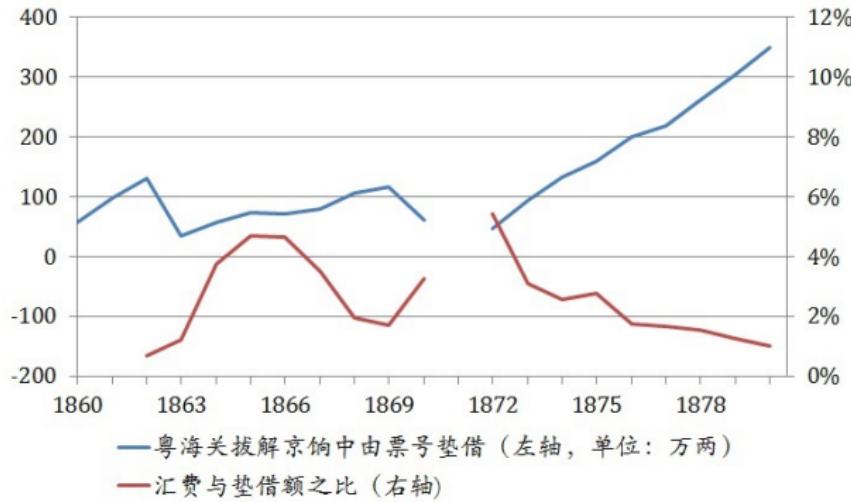
- ▶ 历朝历代都有；
 - ▶ 形式多种多样，有信用、担保、抵押、租赁、秤谷银、买赎纸、银会等。
 - ▶ 利率水平远高于官定利率。

中国：白银帝国



- ▶ 彼以皮来，我以茶往：从中俄贸易起家
- ▶ 汇通天下：汇兑为主、存放款为辅
- ▶ 交游不广，官路不通，而利微矣：与晚清政府关系密切

中国：白银帝国的没落

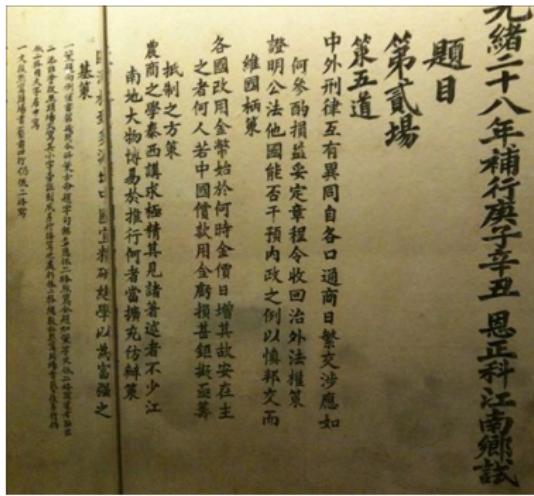


注：根据张国辉（2007）第94页表绘制。

- ▶ 为清政府大量垫款，并受各种捐赋的盘剥，不堪重负；

- ▶ 连年战乱，商路中断，经济萧条，对山西票号打击巨大；
- ▶ 1905年大清户部银行成立，1908年交通银行成立，票号、钱庄等传统民间金融组织无法应对现代银行、尤其是国资银行的挑战。

中国：光绪帝的国考题



- ▶ 中外刑律互有异同，自各口通商，日繁交涉，应如何参酌损益，妥定章程，令收回治外法权策。
 - ▶ 各国改用金币始于何时？金价日增其故安在？主之者何人？若中国偿款用金亏损甚巨，拟亟策。

大国博弃靠什么?

博弈的定义与基本要素

- ▶ 博弈论（Game theory）关注决策者之间的行为互动（interactions），用于分析人们的决策结果不仅取决于自己的选择、而且取决于相关行为人的选择时的经济学问题。
- ▶ 博弈 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}, u \rangle$ 包括三个基本要素：
 - ▶ 两个或多个决策者，也称为参与者（players）: $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots, N\}$, $N \geq 2$
 - ▶ 参与者 i 可以从一组备选策略 S_i 中选择其一 $s_i \in S_i$ ，所有人的策略组合（strategy profile） $s = (s_1, s_2, \dots, s_N)$ 是策略空间（space of strategies） $\mathbf{S} = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$ 中的一个元素，简记为 $s = (s_i, s_{-i}) \in \mathbf{S}$
 - ▶ 收益函数（payoffs） $u = (u_1, u_2, \dots, u_N)$ 是一个 N 维实向量，表示所有参与者从博弈中得到的回报： $u(s) : \mathbf{S} \rightarrow \mathbb{R}^N$

博弈分类

▶ 分类标准

- ▶ 是否有完全信息 (complete information), 即每一参与者的收益函数和策略空间在所有参与者之间是否为共同知识 (common knowledge);
- ▶ 静态 (static) 或动态 (dynamic) 博弈, 指各方同时或序贯决策;
- ▶ 动态博弈中是否有完美信息 (perfect information), 指每一步要做决策的参与者是否知道此前博弈进行的整个过程。

▶ 具体分类

- ▶ 完全信息静态博弈: 纳什均衡
- ▶ 完全信息动态博弈: 子博弈精练纳什均衡
- ▶ 非完全信息静态博弈: 贝叶斯纳什均衡
- ▶ 非完全信息动态博弈: 精练贝叶斯均衡

表述方法和求解原则

| | 静态 | 动态 |
|----|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| 决策 | 同时进行 | 相继进行 |
| 描述 | 收益矩阵 | 博弈树 |
| 原则 | <ol style="list-style-type: none"> 1. 如果有占优策略，执行占优策略； 2. 没有占优策略，有劣势策略，重复剔除劣势策略； 3. 都没有，寻找纳什均衡； 4. 有多于一个纳什均衡，选择其中之一或考虑混合纳什均衡。 | 向前展望、逆向归纳 |

占优策略和占优策略均衡

► 博弈示例：

| 囚徒困境 | | |
|-----------|----------|----------|
| $i = 1/2$ | 不坦白 | 坦白 |
| 不坦白 | (-1, -1) | (-10, 0) |
| 坦白 | (0, -10) | (-4, -4) |

| 考试还是报告 | | |
|-----------|----------|----------|
| $i = 1/2$ | 报告 | 考试 |
| 报告 | (90, 90) | (86, 92) |
| 考试 | (92, 86) | (88, 88) |

► (严格) 占优策略和 (严格) 占优策略均衡

- ▶ 参与者 i 的占优策略 (dominant strategy) 是指 对所有 $s_{-i} \in S_{-i}$ 和 $s'_i \in S_i$ 都有：

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

严格占优策略 (strictly dominant strategy) 不等式严格成立。

- ▶ 占优策略均衡 (dominant strategy equilibrium) s^{DS} 中每个策略 s_i^{DS} 都是参与者 i 的占优策略，严格占优策略均衡 s^{SDS} 中每个策略 s_i^{SDS} 都是参与者 i 的严格占优策略。

例：寻找占优策略均衡

- 先重复剔除（严格）劣战略，再寻找（严格）占优策略：

| $i = 1/2$ | 坦白 | 不坦白 | 自杀 |
|-----------|-----------|----------|------------|
| 坦白 | (-2, -2) | (0, -3) | (-2, -10) |
| 不坦白 | (-3, 0) | (-1, -1) | (0, -10) |
| 自杀 | (-10, -2) | (-10, 0) | (-10, -10) |

- 只有一个参与者有（严格）占优策略：

| $i = 1/2$ | 低价格 | 高质量 |
|-----------|----------|----------|
| 低价格 | (48, 12) | (60, 40) |
| 高质量 | (40, 60) | (32, 08) |

- 不存在占优策略均衡：

| $i = 1/2$ | A | B | C |
|-----------|--------|--------|--------|
| A | (4, 4) | (0, 2) | (0, 2) |
| B | (0, 0) | (1, 1) | (0, 2) |
| C | (0, 0) | (0, 2) | (1, 1) |

最佳应对和纯策略纳什均衡

- ▶ 给定某个 $s_{-i} \in S_{-i}$, 参与者 i 基于 s_{-i} 的最佳应对 (best-response correspondence) $B_i(s_{-i}) : S_{-i} \rightrightarrows S_i$ 定义为:

$$B_i(s_{-i}) \in \arg \max_{s_i \in S_i} u_i(s_i, s_{-i})$$

相当于对所有 $s'_i \in S_i$ 都有:

$$u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_{-i})$$

- ▶ 博弈 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}, u \rangle$ 中, 如果策略组合 $s^* = (s_1^*, s_2^*, \dots, s_N^*)$ 满足对于每个参与者 i , s_i^* 是基于 s_{-i}^* 的最佳应对, 即:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*)$$

则称策略组合 s^* 是该博弈的一个纯策略纳什均衡 (pure strategy Nash equilibrium)。

混合策略和纳什均衡的存在性

▶ 定义:

- ▶ 给定参与者 i 的有限纯策略集合 S_i ，其混合策略 $\sigma_i : S_i \rightarrow [0, 1]$ 赋予每个纯策略 $s_i \in S_i$ 一个备选概率 $\sigma_i(s_i) \geq 0$ ，且 $\sum_{s_i \in S_i} \sigma_i(s_i) = 1$ 。
- ▶ 包括混合策略的有限博奕 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}_\Sigma, u \rangle$ 中，如果混合策略组合 σ^* 满足对每个参与者 i 都有 $u_i(\sigma_i^*, \sigma_{-i}^*) \geq u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}^*)$ 则称策略组合 σ^* 是该博奕的一个混合策略纳什均衡 (mixed strategy Nash equilibrium)。

▶ 定理:

- ▶ **Nash**: 有限博奕 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}_\Sigma, u \rangle$ 存在一个混合策略纳什均衡。
- ▶ **Debreu-Glicksberg-Fan**: 博奕 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}, u \rangle$ 中如果所有参与者 i 的策略空间 S_i 都是欧式空间的非空紧凸集，收益函数 u_i 是 s_i 的拟凹函数、是 s_{-i} 的连续函数，则存在纯策略纳什均衡。
- ▶ **Glicksberg**: 博奕 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}_\Sigma, u \rangle$ 如果对所有参与者 i 都有 \mathbf{S}_Σ 是非空紧集，且 u_i 是连续函数，则存在混合策略纳什均衡。

例：寻找纳什均衡

- ▶ 猜硬币博弈 (matching pennies):

| $i = 1/2$ | 正面 | 反面 |
|-----------|---------|---------|
| 正面 | (-1, 1) | (1, -1) |
| 反面 | (1, -1) | (-1, 1) |

不存在纯策略纳什均衡，存在一个 $((0.5, 0.5), (0.5, 0.5))$ 的混合策略纳什均衡。

- ▶ 性别博弈 (sexes game):

| $i = 1/2$ | 芭蕾 | 足球 |
|-----------|--------|--------|
| 芭蕾 | (1, 4) | (0, 0) |
| 足球 | (0, 0) | (4, 1) |

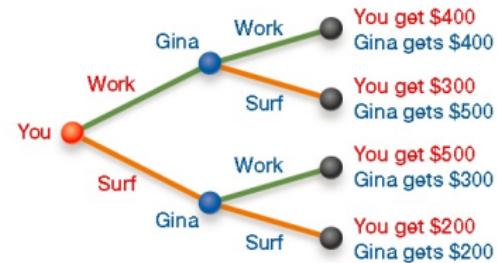
存在 (芭蕾, 芭蕾) 和 (足球, 足球) 两种纯策略纳什均衡，以及一个混合策略纳什均衡 $((0.8, 0.2), (0.2, 0.8))$ 。

逆向归纳和可信承诺

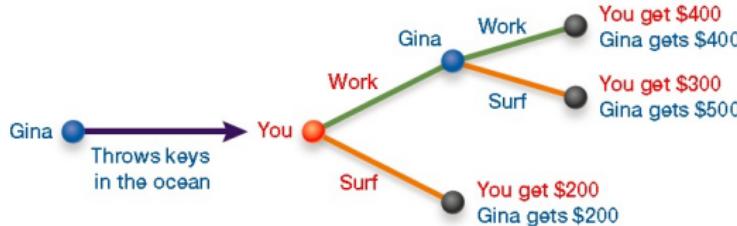
下面是你和吉娜选择工作还是冲浪的博弈树，假定你先行动，不同情况下吉娜的选择是什么？预期到吉娜的选择，你的最优策略是什么？

Exhibit 13.10 A Game Tree for the Work-or-Surf Game

In the extensive-form game of the work-or-surf game, you first decide whether to work or surf. Then Gina, after observing your choice, decides whether to work or surf. The extensive form is useful in showing the play sequencing. The numbers given at the end are the payoffs to you and Gina. For example, if both you and Gina work, you each earn \$400.



如果吉娜声明她不会工作，并把办公室钥匙扔到海里了，因此这是个**可信承诺**（credible commitment），那么对于下面的新的博弈树，你的最优策略是什么？

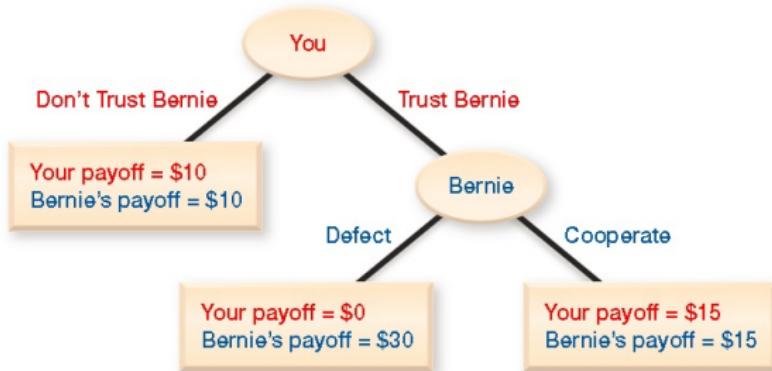


例：信任博弈

对于下面的信任博弈，你是否会相信伯尼？

Exhibit 13.13 A Trust Game Between You and Bernie

This is the extensive-form game representing trust. You move first and decide whether to trust or not to trust Bernie. If you trust Bernie, then he has to decide whether to cooperate or defect.



在现实中，你觉得有哪些方法可以改进博弈规则，提高人们之间的互信？

例1：古诺竞争（COURNOT COMPETITION）

► 市场环境：

假定在一个双寡头垄断 ($i = 1, 2$) 的市场中，总需求函数为 $p = a - q$ ，总产量 $q = q_1 + q_2$ 。每个厂商的成本函数为 $c_i = cq_i$ 。参数 $0 < c < a$ 。

► 博弈问题：

厂商 i 的最优化问题为：

$$\max_{q_i} \pi_i = pq_i - c_i = (a - q_i - q_j - c) q_i$$

最优决策的一阶条件 (FOC) 为：

$$q_i = a - q_i - q_j - c$$

► 求解得到纳什均衡：

$$q_1^* = q_2^* = \frac{a - c}{3}$$

例2：贝特兰德竞争 (BERTRAND COMPETITION)

► 市场环境：

假定在一个双寡头垄断 ($i = 1, 2$) 的市场中，单个厂商的需求函数

$q_i = a - p_i + bp_j$, 成本函数为 $c_i = cq_i$, 参数 $0 < c < a$, $0 < b < 2$ 。

► 博弈问题：

厂商 i 的最优化问题为：

$$\max_{p_i} \pi_i = p_i q_i - c_i = (p_i - c)(a - p_i + bp_j)$$

最优决策的一阶条件 (FOC) 为：

$$a - p_i + bp_j = p_i - c$$

► 求解得到纳什均衡：

$$p_1^* = p_2^* = \frac{a+c}{2-b}$$

例1：多数人博弈和网络级联

▶ 多数人博弈 (Majority game):

一个班上体育课，每位同学都要选择和自己的朋友一起参加篮球 ($s_i = 1$) 或足球 ($s_i = 0$) 两种活动中的一种，收益函数如下所示，结果会是什么？

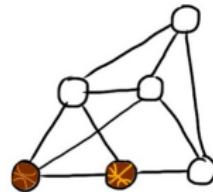


图片来源：Adamic(2013)课件，
下同。

$$\operatorname{sign} \left\{ u_i \left(1, s_{N_i(g)} \right) - u_i \left(0, s_{N_i(g)} \right) \right\} = \operatorname{sign} \left\{ \frac{\sum_{j \in N_i(g)} s_j}{\# N_i(g)} - \frac{1}{2} \right\}$$

▶ 网络传播的级联效应 (cascade effect):

假定班里一开始有两个同学选了篮球，同学之间的朋友关系如右图所示，结果会发
生什么现象呢？



例2：BALLESTER ET AL. (2006) 网络博弈

- ▶ 网络博弈 $\mathbf{G} = \langle \mathbf{N}, \mathbf{S}_g, u \rangle$ ：
 - ▶ 行为人集合: $\mathbf{N} = \{1, 2, \dots, N\}$, $N \geq 2$
 - ▶ 个人努力程度: $x_i \in [0, +\infty)$
 - ▶ 个人效用函数 (简化假设 $\alpha_i = \alpha > 0$, 交互影响矩阵 (matrix of cross-effects) $\Sigma_{N \times N}$ 对称, 其中的元素 $\sigma_{ii} = \sigma < 0$):

$$u_i(x, g) = \alpha_i x_i + \frac{1}{2} \sigma_{ii} x_i^2 + \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} x_i x_j$$

- ▶ 一阶条件:
- $$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \Rightarrow \alpha + \sigma x_i + \sum_{j \neq i} \sigma_{ij} x_j = 0$$
- ▶ 纳什均衡:

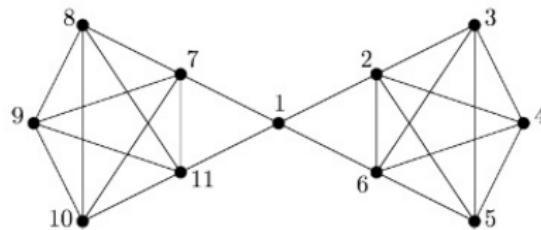
在一定条件下, 上述博弈有唯一内点纳什均衡解 ($\mathbf{1}$ 为所有元素都为1的 $N \times 1$ 维向量):

$$x = -\alpha \Sigma^{-1} \cdot \mathbf{1}$$

例2：谁是核心人物？

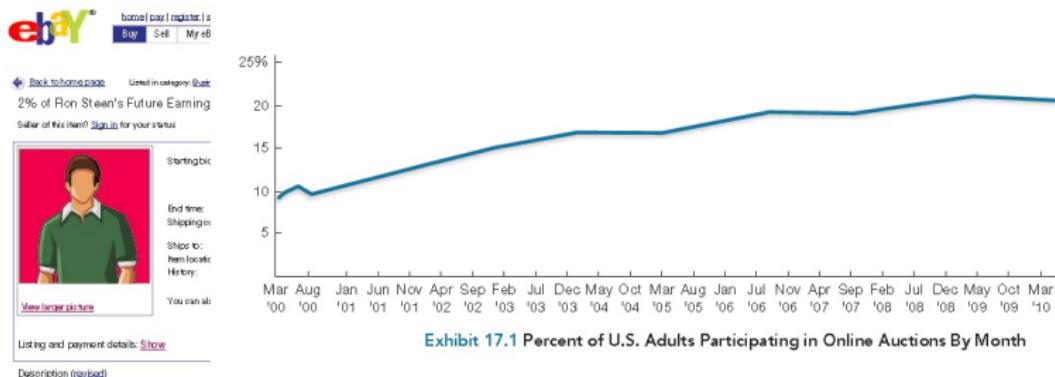
Ballester et al. (2006) 证明：纳什均衡中个人努力程度与其在网络中的博纳西克中心性正相关：

$$x = \frac{\alpha}{\beta + \gamma \tilde{b}(G, \lambda^*)} b(G, \lambda^*)$$



| Player Type | $a = 0.1$ | | $a = 0.2$ | |
|-------------|-----------|-------|-----------|--------|
| | b_i | c_i | b_i | c_i |
| 1 | 1.75 | 2.92 | 8.33 | 41.67* |
| 2 | 1.88* | 3.28* | 9.17* | 40.33 |
| 3 | 1.72 | 2.79 | 7.78 | 32.67 |

拍卖



- ▶ 英式公开拍卖 (Open outcry English auctions)
- ▶ 荷式公开拍卖 (Open outcry Dutch auctions)
- ▶ 一级密封拍卖 (Sealed bid first-price auctions)
- ▶ 二级密封拍卖 (Sealed bid second-price auctions)

你会如何出价？

Exhibit 17.2 Bidder Valuations for Raiders Tickets

The five bidders to the right all have their own independent and private values for the Oakland Raider tickets. These values represent the maximum amount they would be willing to pay for a pair of tickets.

| Bidder | Value |
|---------|-------|
| Ashley: | \$250 |
| Billy: | \$200 |
| Carol: | \$150 |
| Dalton: | \$100 |
| Eli: | \$ 50 |

- ▶ 英式公开拍卖：公开报价且价格逐渐升高，报价最高的买者赢得物品并支付他的出价；
- ▶ 荷式公开拍卖：公开报价且价格逐渐降低，直到有买者愿意接受报价为止；
- ▶ 一级密封拍卖：私下报价，报价最高的买者赢得物品并支付他的出价；
- ▶ 二级密封拍卖：私下报价，报价最高的买者赢得物品并支付第二高的出价；

收入等价原理

► 收入等价原理 (revenue equivalence theorem) :

在所有四种拍卖中，赢着都是具有最高价值的买者 (Ashely)，当心理估价的分布为共同信息时，四种拍卖有相同的期望收益（卖者得到200元，Ashely得到消费者剩余50 元）。

► 当竞拍者人数趋于无穷时，每个人的报价都等于其心理估价，拍卖是一种有效的价格发现制度。

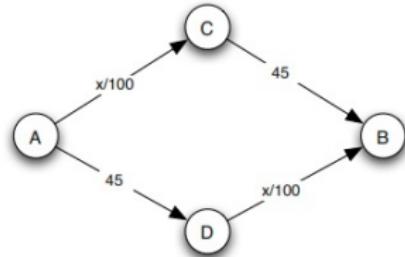
例1：雷锋叔叔去哪儿了？

假定10名学生，每人发10元现金，每个人决定自己留下一些，剩下的捐到公共帐户。公共帐户的钱可以乘以2、再在10个人中平分。请问你会捐多少？

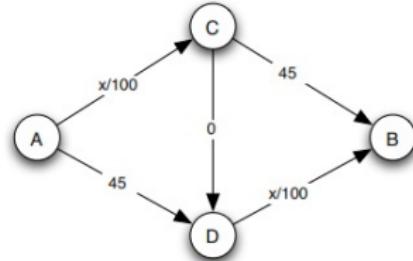
例2：欲速则不达？

假定有一个右图所示的交通网络，每条边上的数字表示通行时间， x 为机动车数量。如果有4000辆车，那么每条路均衡状态时的流量就都是2000辆，每辆车的通行时间为65分钟。

如果在CD之间修一条高速公路，把两点之间的通行时间降低到0，会发生什么呢？结果所有的车都会选择红线所示的路线，通行时间不仅不会降低、反而会增加到80分钟！



图片来源：Easley and Kleinberg(2010)，下同。



路网中增加新的道路反而使均衡时的交通状况恶化的现象被称为布雷斯悖论

(Braess's Paradox)。有鉴于此，韩国首尔曾拆毁一条6车道的高速路而改建成一个公园，实际上反而减少了出入该市的交通时间。

例3：如何让人说真话？

假定在不同状态下，爱丽斯和鲍勃的能源选择顺序如下：

| 状态 1 | | 状态 2 | |
|------|-----|------|-----|
| 爱丽丝 | 鲍勃 | 爱丽丝 | 鲍勃 |
| 天然气 | 核能 | 核能 | 石油 |
| 石油 | 石油 | 天然气 | 天然气 |
| 煤炭 | 煤炭 | 煤炭 | 煤炭 |
| 核能 | 天然气 | 石油 | 核能 |

如果两人都按照自己的真实状态投票，则：

- ▶ 两人状态一样时，政府将选择：
状态1：石油；状态2：天然气
- ▶ 两人状态不同时，随机选择石油或天然气。

显然，不管爱丽斯的真实状态是什么，她都会声称自己处于状态2，并选择天然气体；鲍勃则不管自己的真实状态是什么，都会声称处于状态1，并选择石油。

如果政府意识到上述问题，改为让消费者自己投票，并根据下面的投票结果决定能源方案，将会出现什么结果呢？

| | | 鲍勃 | |
|-----|---|----|-----|
| | | 左 | 右 |
| 爱丽丝 | 上 | 石油 | 煤炭 |
| | 下 | 核能 | 天然气 |

参考文献

1. 埃里克·马斯金2007年诺奖演说：《机制设计：如何实现社会目标》，选自中信《比较》编辑室编：《建立现实世界的经济学：诺贝尔经济学奖得主颁奖演说选集》，中信出版社，2012
2. D. 阿西莫格鲁、D. 莱布森、J.A. 李斯特著：《经济学：微观部分》，卢远瞩、尹训东译，中国人民大学出版社，2006