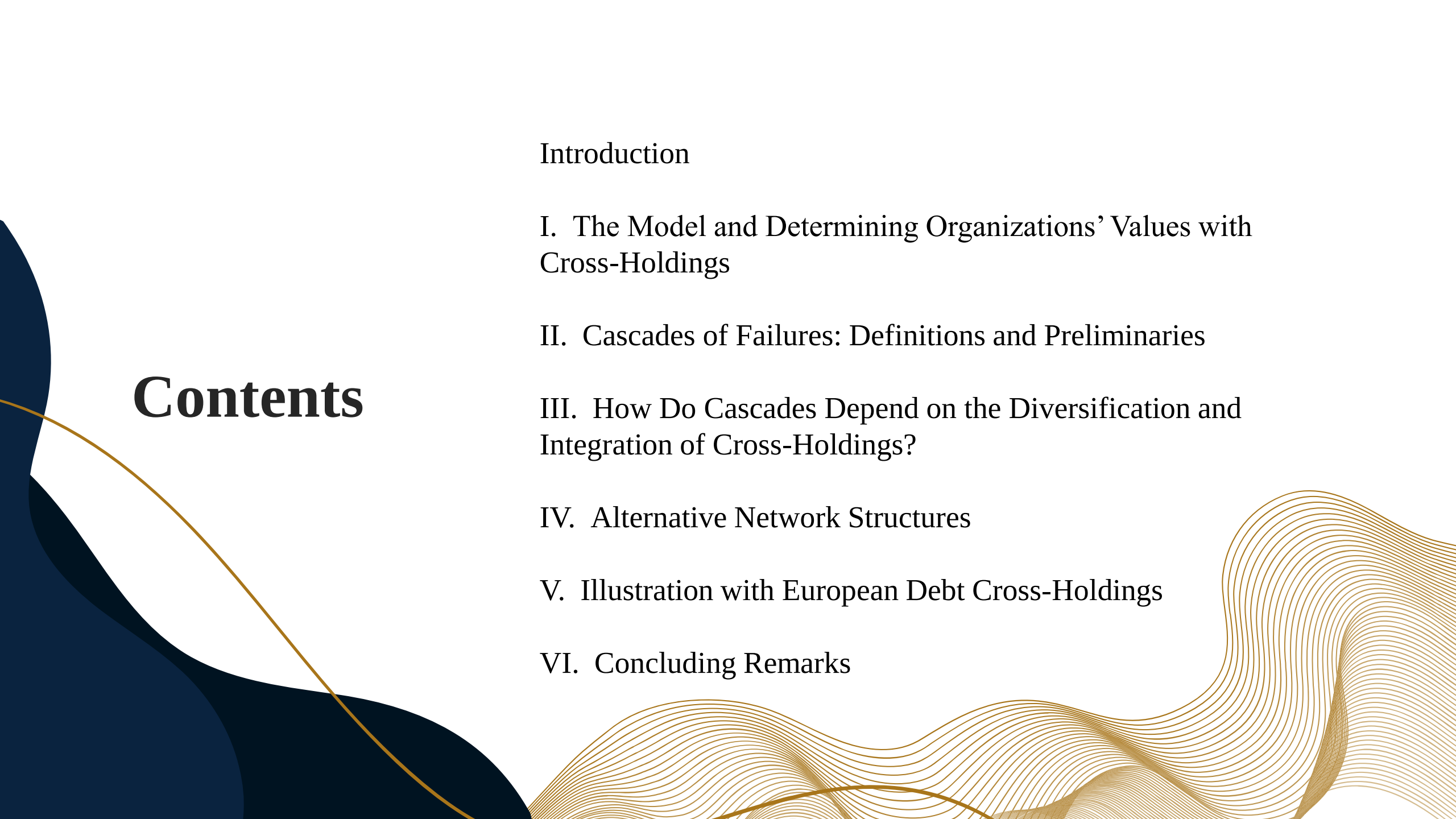


Financial Networks and Contagion

汇报人：王建淞、王哲鉴、姚航



Contents

Introduction

I. The Model and Determining Organizations' Values with Cross-Holdings

II. Cascades of Failures: Definitions and Preliminaries

III. How Do Cascades Depend on the Diversification and Integration of Cross-Holdings?

IV. Alternative Network Structures

V. Illustration with European Debt Cross-Holdings

VI. Concluding Remarks



Introduction

一体化：即组织的股份有多少由最终投资者持有，多少由其他组织交叉持有

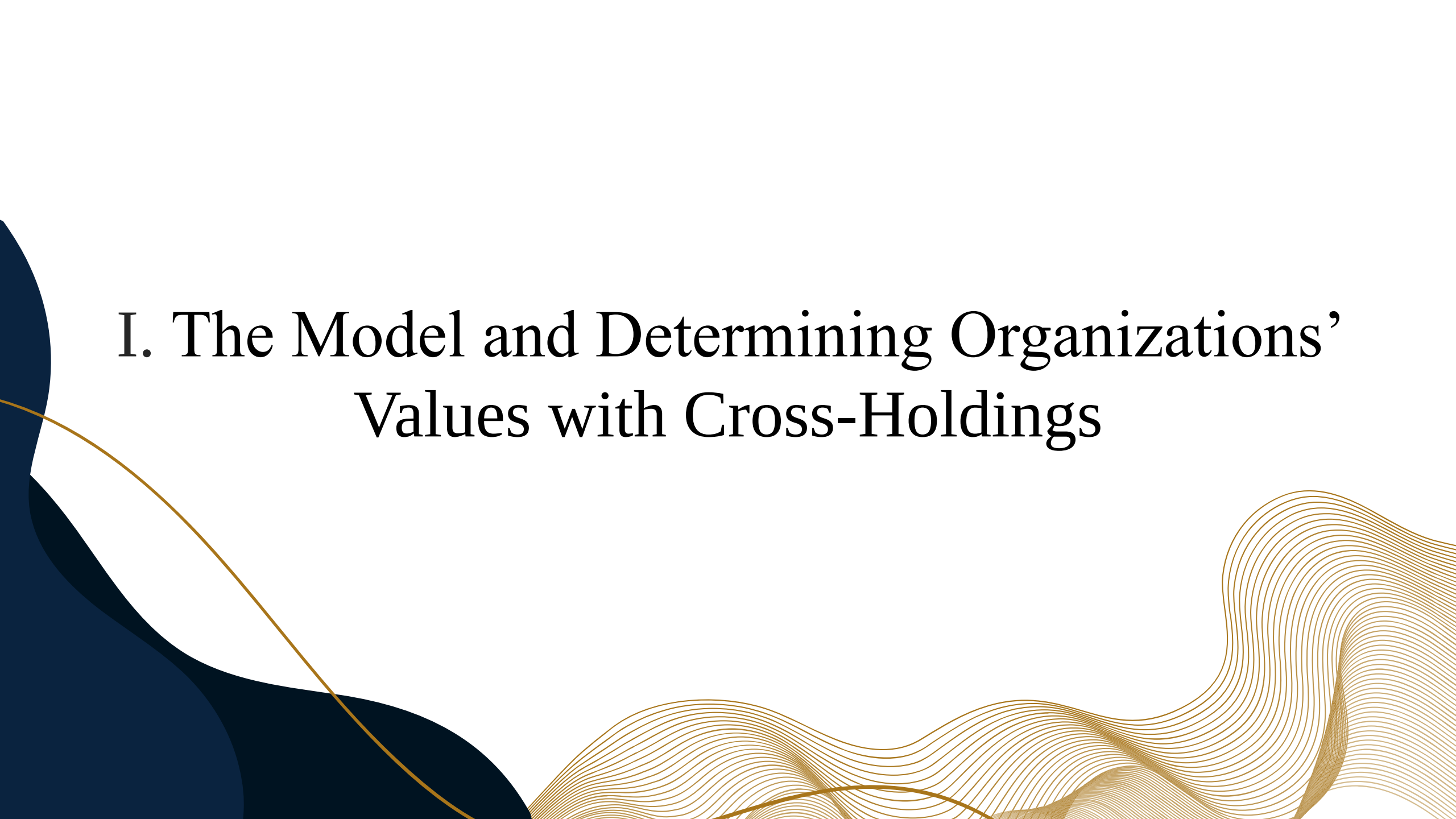
相互抵消：组织一体化程度越高，它对自身原始资产的依存度会降低

一体化增加了后续级联的风险，但是可以规避最初的破产

多元化：一个组织的股份是由多数还是少数其他组织持有

多元化进一步增加时，投资组合对特定组织的破产不再敏感

中等程度的一体化+部分多元化——易受大范围金融波动影响



I. The Model and Determining Organizations' Values with Cross-Holdings

► A. Primitive Assets, Organizations, and Cross-Holdings

$N = \{1, \dots, n\}$: 由 n 个组织构成的集合

$M = \{1, \dots, m\}$: 决定组织价值的 m 种资产

p_k : 资产 k 的现值或市场价格

$D_{ik} \geq 0$: 由组织 i 持有的资产 k 的部分价值, **D**

$\forall i, j \in N, C_{ij} \geq 0$: 由 i 持有的组织 j 的股份

$\forall i \in N, C_{ii} = 0$: 由其他组织或外部投资者持有

C: $C_{ij} > 0$, 即所有权路径（级联路径），其中有向链接指向相反的方向，即价值（和价值损失）流动的方向

$\hat{C}_{ii} = 1 - \sum_j C_{ji}$: 组织 i 的外部股东持有的股份，矩阵 **$\hat{C}$** 的非对角项为0

B. Values of Organizations: Accounting and Adjusting for Cross-Holdings

V_i : 组织*i*的权益价值=其他组织持有+外部股东持有

=原始资产价值+对其他组织的所有权

$$(1) \quad V_i = \sum_k D_{ik} p_k + \sum_j C_{ij} V_j$$

$$\mathbf{V} = \mathbf{D}\mathbf{p} + \mathbf{C}\mathbf{V}$$

$$(2) \quad \mathbf{V} = (\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \mathbf{D}\mathbf{p}$$

$v_i = \hat{C}_{ii} V_i$: 市场价值, 外部投资者持有的该组织的股权价值, 反映该组织最终投资者的实际资金流

$$(3) \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{C}}\mathbf{V} = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} \mathbf{D}\mathbf{p} = \mathbf{A}\mathbf{D}\mathbf{p}$$

$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1}$: 依存矩阵, 类似里昂惕夫阵, 组织*i*拥有*j*直接持有的原始资产的一部分 A_{ij}

$$\sum_{i \in N} A_{ij} = 1$$

C. Discontinuities in Values and Failure Costs

$\beta_i(\mathbf{p})$: 如果组织*i*的价值 v_i 低于下限 $\underline{v}_i$, 那么它会产生破产成本

破产成本从组织的现金流中扣除, 无论流向处理失败还是专有资产的回报减少, 都会将“临界非线性”即不连续引入系统中

如果破产的传导影响很大, 那么任意组织很小的价值下跌也会对经济产生很大影响

D. Including Failure Costs in Market Values

$$V_i = \sum_{j \neq i} C_{ij} V_j + \sum_k D_{ik} p_k - \beta_i I_{v_i < \underline{v}_i}$$

式中 $I_{v_i < \underline{v}_i}$ 为虚拟变量, 小于号时取1, 其他情况取0

$$(4) \quad \mathbf{V} = (\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1}(\mathbf{D}\mathbf{p} - \mathbf{b}(\mathbf{v}, \mathbf{p}))$$

式中 $b_i(\mathbf{v}, \mathbf{p}) = \beta_i(\mathbf{p}) I_{v_i < \underline{v}_i}$

$$(5) \quad \mathbf{v} = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1}(\mathbf{D}\mathbf{p} - \mathbf{b}(\mathbf{v})) = \mathbf{A}(\mathbf{D}\mathbf{p} - \mathbf{b}(\mathbf{v}, \mathbf{p}))$$



E. *A Simple Microfoundation*

每个公司都持有一个单独的专有资产，模型简化为 $m = n$, $\mathbf{D} = \mathbf{I}$

留给所有者-经营者的价值为 $v_i = \hat{C}_{ii}V_i$, $\hat{C}_{ii}$ 可以被认为是公司持有的所有股票或股权，而 C_{ij} 是公司对其他公司的支付义务

一旦 $v_i < \underline{v}_i$, 所有者-经营者就会选择停止运营并清算资产

清算的成本是其价值的 λ_i 倍: $\beta_i(\mathbf{p}) = \lambda_i p_i$

F. *Equilibrium Existence and Multiplicity*

多重均衡的来源:

1. 将其他组织的价值和基础资产的价值视为作为给定的，可能有多个相一致的组织 i 的价值作为(5)式的解
2. 组织价值的相互决定，本文只考虑这点



G. Measuring Dependencies

讨论矩阵 $\mathbf{A}$ 的性质及其对交叉持股矩阵 $\mathbf{C}$ 的影响

假设有两个组织 $i = 1, 2$ ，彼此都持有对方50%的股份，则：

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\mathbf{C}} = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix} \quad \mathbf{A} = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1} = \begin{pmatrix} 2/3 & 1/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix}$$

尽管组织1的股东直接拥有50%的价值，但他们最终拥有更多的权益——因为他们持有组织2中包括组织1的部分价值。每个组织对另一个组织的价值依存比 $\mathbf{C}$ 中所体现的要小，因为价值是守恒的

引理 1

$\hat{C}_{ii}$

A_{ii} 的下界，且 A_{ii} 可能远大于 $\hat{C}_{ii}$

$\forall i \in N, A_{ii}/\hat{C}_{ii} \geq 1$ ，只有不存在包括 i 的循环交叉持股时才取等号

$\forall n \geq 2, \exists n \times n \text{ matrices } \mathbf{C}^{(\ell)} \text{ such that } A_{ii}^{(\ell)}/\hat{C}_{ii}^{(\ell)} \rightarrow \infty \text{ for all } i$



H. Avoiding a First Failure

权衡取舍：任何有助于在某些情况下避免破产的交叉持股和资产的公平交易，都一定会使其在某些新情况下容易发生破产

$v_i(\mathbf{p}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$: 未破产时基于资产价值、交叉持股和直接持有的价值

$v_i(\lambda \mathbf{p}, \mathbf{C}, \mathbf{D}) = \underline{v}_i$: 最接近破产的组织*i*在资产价格等于 $\lambda \mathbf{p}$ 时就会破产

定义 $\mathbf{q}(\mathbf{p}, \mathbf{C}, \mathbf{D}) = \lambda \mathbf{p}$

在进行价格为 $\mathbf{p}$ 的公平交易后，则从原来的组合 $(\mathbf{C}, \mathbf{D})$ 到新组合 $(\mathbf{C}', \mathbf{D}')$ 的 $\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{p}$ 与 $\mathbf{v}' = \mathbf{A}'\mathbf{p}$ 相等

Proposition 1

假设最接近破产的组织*i*资产价格 $\mathbf{p} > \mathbf{0}$ 、交叉持股 $\mathbf{C}$ 和直接持股 $\mathbf{D}$

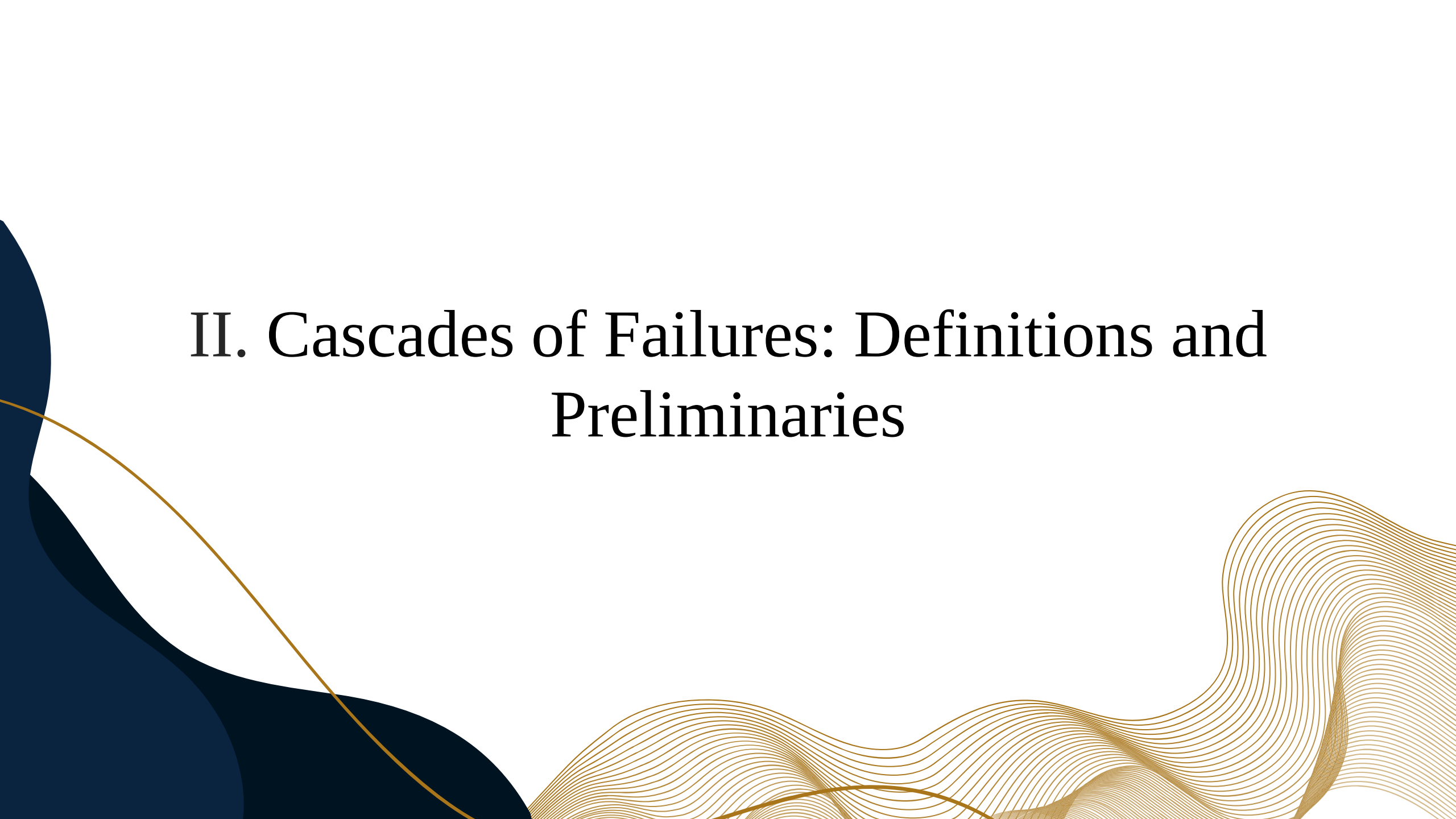
经过公平交易，新的 $\mathbf{C}'$ 和 $\mathbf{D}'$ 使得 $\mathbf{A}'$ 的第*i*行与 $\mathbf{A}$ 不同

对 $\forall \varepsilon > 0$

$\exists$

$\mathbf{q}(\mathbf{p}, \mathbf{C}, \mathbf{D}) > \mathbf{0}$ 为中心的 ε 邻域内的 $\mathbf{p}'$ ，使得*i*会在公平交易后的资产价格 $\mathbf{p}'$ 上破产而非公平交易前：

$$v_i(\mathbf{p}', \mathbf{C}', \mathbf{D}') < \underline{v}_i < v_i(\mathbf{p}', \mathbf{C}, \mathbf{D})$$



II. Cascades of Failures: Definitions and Preliminaries



A. Amplification through Cascades of Failures

对小组织的小冲击也可能引发cascading failure，从而产生很大影响

资产1的价值下跌后带来破产成本，组织2的价值也下跌 $A_{21}\beta_1$

如果组织2也破产，那么组织3也承担破产成本 $A_{31}\beta_1 + A_{32}\beta_2$

.....

每一次破产对每个还有偿付能力组织的综合冲击增加

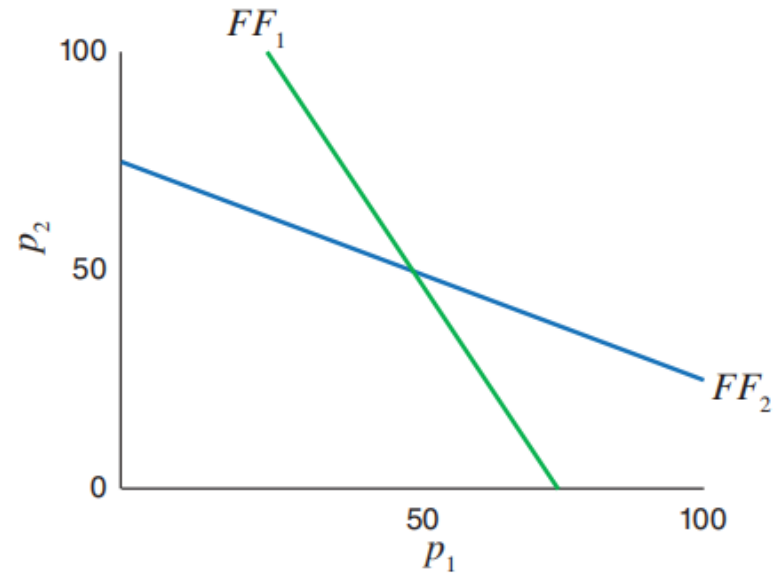
在最初的冲击之前离破产较远的组织也可能会被卷入cascade

如果前 K 个组织最终在cascade中破产，经济的累积破产成本为 $\beta_1 + \dots + \beta_K$ ，这可能大大超过原本造成cascade的资产价值下跌

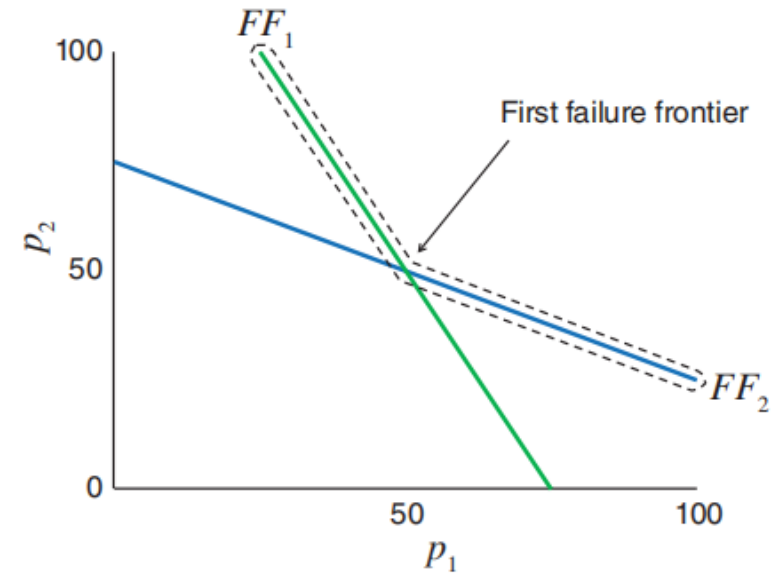


B. Who Fails in a Cascade?

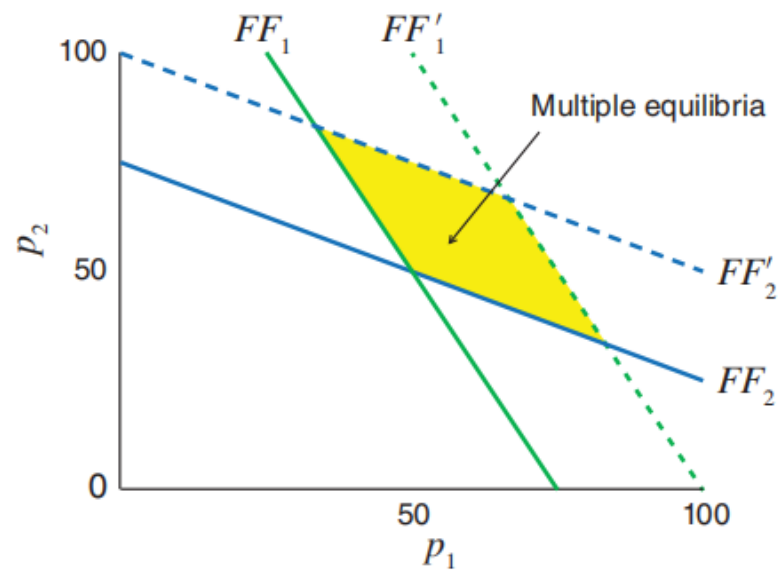
Panel A. Unconditional failure frontiers



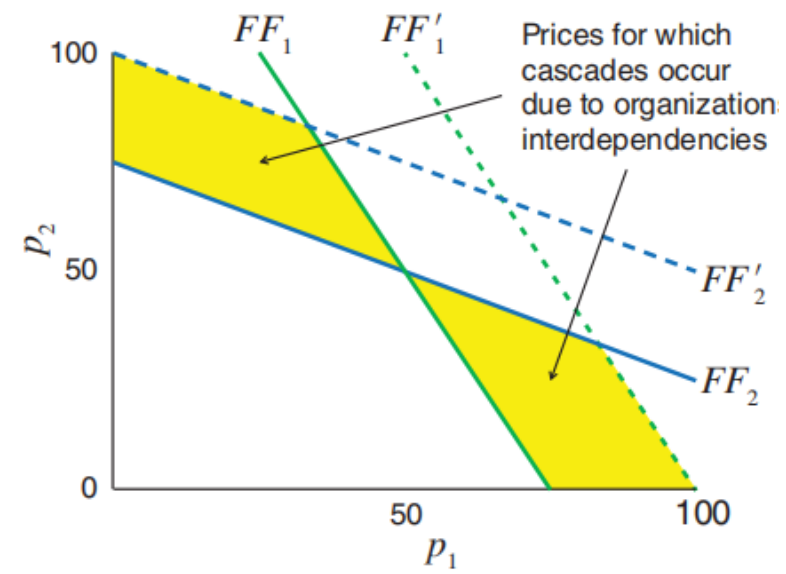
Panel B. The first failure frontier



Panel C. Multiple equilibria



Panel D. Cascades of failure



B. Who Fails in a Cascade?

算法：跟踪导致一个组织破产的特定冲击的传播，考虑最少的破产与最大可能的 v_i 的最佳情况均衡

$\mathcal{Z}$ 是 t 期破产组织的集合，初始 $\mathcal{Z} = \emptyset$ 。在 $t \geq 1$ 期：

(i) $\tilde{b}_i = \beta_i$ 构成向量 $\tilde{\mathbf{b}}_{t-1}$

(ii) $\mathcal{Z}_t$ 是下式中所有 k 值为负的集合

$$\mathbf{A}(\mathbf{D}\mathbf{p} - \tilde{\mathbf{b}}_{t-1}) - \underline{\mathbf{v}}$$

(iii) 若 $\mathcal{Z}_t = \mathcal{Z}_{t-1}$ ，此过程结束，否则回到第一步

每一步新增的组织是由之前累积破导致的；如果没有这些积累，特别是如果没有在前一步中新增的破产，它们就不会破产

控制破产影响的一个成本效益高的策略应该是针对由相对较少的组织组成的高层结构，保护好它将防止任何进一步的破产



C. Defining Integration and Diversification

Integration captures the depth or extent of organizations' cross-holdings

$\mathbf{C}'$ 比 $\mathbf{C}$ 的一体化程度更高 $\Leftrightarrow \hat{C}'_{ii} < \hat{C}_{ii}$, 对部分 i 严格取等

$$\forall i, \sum_{j:j \neq i} C'_{ji} \geq \sum_{j:j \neq i} C_{ji}$$

外部股东持有减少, 组织间的交叉持股增加

Diversification captures the spread in organizations' cross-holdings

$\mathbf{C}'$ 比 $\mathbf{C}$ 的多元化程度更高 $\Leftrightarrow$

(i) $\forall i, j, C_{ij} > 0, C'_{ij} \leq C_{ij}$ 对于部分有序对 (i, j) 严格取等

(ii) 对于部分 $i, j, C'_{ij} > C_{ij} = 0$

交叉持股的主体数量增加、原有主体的交叉持股减少

D. Essential Ingredients of a Cascade

一个易受到资产冲击的组织引发初次破产

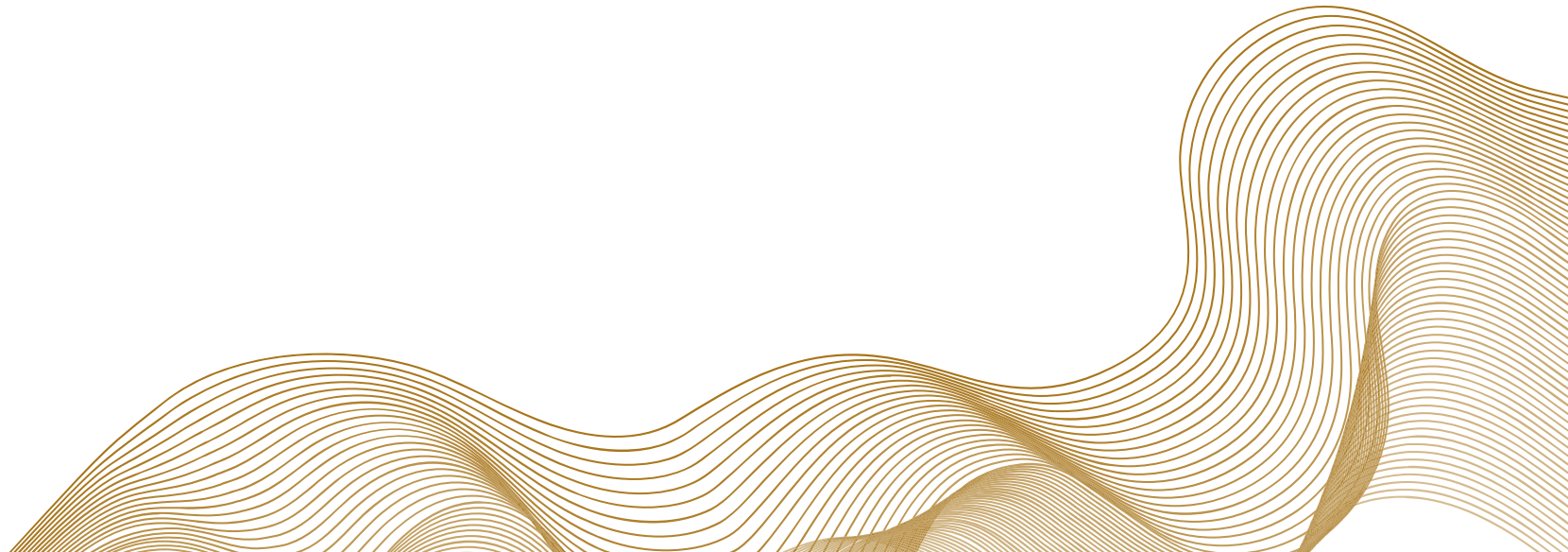


其他足够敏感的组织也破产



交叉持股的网络紧密联系

III. How Do Cascades Depend on the Diversification and Integration of Cross-Holdings?



▶ A. The Consequences of Diversification and Integration: Analytic Results

1) 一体化程度的一般结果

- ▶ 我们首先证明一体化是如何影响破产冲击的传播的:
 - ✓ C : 最初的交叉持有矩阵
 - ✓ β : 破产成本向量
 - ✓ $\underline{v}$: 破产前最低限度的价值矩阵
 - ✓ D : 任何直接持有的资产
- ▶ 回忆一些概念, 什么是fair trade
 - 称矩阵 (C, D) 和 (C', D') 在价格 p 处是由均等交易关联的:
 - 当 $v = v'$, 其中 $v = Ap$, $v' = A'p$;
 - 矩阵 A' 按(5) 计算, C' 和 D' 代入 C 和 D
 - * (5): $v = \hat{C}(I - C)^{-1}(Dp - b(v)) = A(Dp - b(v, p))$
- ▶ Proposition 2:
 - Consider (C, D) and (C', D') related by a fair trade at p , such that integration increases: $A'_{ij} \geq A_{ij}$ for $i \neq j$, then the set of first failures (p, C, D) also applies at (p, C', D')

1) 一体化程度的一般结果

➤ Proposition 2的解释:

- ✓ 给定的级联网络中，任何通过均等交易提高一体化程度的组织集团最后受到破产冲击的会更多
- ✓ 提高一体化程度当且仅当没有“首个破产冲击”
- ✓ 一旦发生第一次失败，整合将加剧连带的破产冲击效应

➤ Intuition behind the interpretation of Proposition 2:

由(5) $v = \hat{C}(I - C)^{-1}(Dp - b(v)) = A(Dp - b(v, p))$:

$$\begin{array}{ccccccc} v_1 & A_{11} & A_{12} & \cdot & \cdot & A_{1n} & \beta_1 \\ v_2 & A_{21} & A_{22} & \cdot & \cdot & A_{2n} & \beta_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v_n & A_{n1} & A_{n2} & \cdot & \cdot & A_{nn} & \beta_n \end{array}$$

可得: $(\cdot) = \begin{pmatrix} \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \end{pmatrix} (\cdot)$

由定义: $\sum_j^n A_{ji} \beta_i = \beta_i \sum_j^n A_{ji} = \beta_i$

1) 一体化程度的一般结果

➤ Proposition 2的经济学解释:

任意两个组织 $i \neq j$, $A_{ij} \uparrow$

⇒ 一体化程度 $\uparrow$

⇒ 由其他组织承担的j的破产成本 $\uparrow$

⇒ 在网络中受冲击后破产的组织数量 $\uparrow$

⇒ 首次失败出现, j 的负外部性 $\uparrow$

2) 一体化和多元化的结果

➤ 存在问题:

给定一体化和多元化的水平，一个网络可以通过节点的针对性连接来降低破产传导的可能性这就阻碍了我们分析一体化或多元化单个变量对失败传导的影响（网络结构本身影响了最终结果，选择随机分布网络消除内生性）

➤ 解决方法: Random graph model（随机网络模型）

➤ Notations and definitions:

G : 一个矩阵，元素取值 $\{0,1\}$ ，其中 $G_{ij} = 1$ 如果 i 对 j 有部分所有权

c : 每家机构被其他家持有的比例。且假定这部分被持有的价值均匀分布在其他持有机构中

$d_i = \sum_j G_{ji}$: 出度out-degree of i (how many organizations own i)

$d_i^{in} = \sum_j G_{ij}$: 入度in-degree of i (how many organizations i owns)

$C_{ij} = \frac{c}{d_j} G_{ij}$ if $d_j > 0$, else $C_{ij} = 0$: i 持有 j 的比例

$\widehat{C}_{jj} = 1 - c$ if $d_j > 0$, else $\widehat{C}_{jj} = 1$: j 被网络外的股东持有的比例

A. The Consequences of Diversification and Integration: Analytic Results

2一体化和多元化的结果

➤ 引理 2:

For some G , with $0 < c < 1/2$, $d_i \geq 1$, then:

$$\frac{\partial A_{ii}}{\partial c} < 0 \text{ for each } i$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial c} \geq 0 \text{ for all } i \neq j,$$

$$\frac{\partial A_{ij}}{\partial c} > 0 \text{ for all } i \neq j \text{ 满足条件, 在 } G \text{ 的网络结构下, } i \text{ 持有 } j \text{ 的一部分}$$

➤ Random Network Model (随机网络模型)

✓ Notations & Definitions:

$\pi = (\pi_{k,l})$, 度分布: 有 in-degree (入度) k 和 out-degree (出度) l 的节点的比例, $0 \leq k, l \leq n - 1$.

$G(\pi, n)$: 在 n 个点上有度分布 π 的网络结构图的集合

A random network with distribution π : a graph draw from $G(\pi, n)$ uniformly at random (平均概率随机从 $G(\pi, n)$ 抽取的一个有 π 分布的网络模型)

► A. The Consequences of Diversification and Integration: Analytic Results

2) 一体化和多元化的结果

► Random Network Model (随机网络模型)

✓ 给定 度分布为 π :

$\bar{d} = \max\{k: \pi_{kl} > 0 \text{ or } \pi_{lk} > 0 \text{ for some } l\}$: maximum degree of network

$\underline{d} = \min\{k: \pi_{kl} > 0 \text{ or } \pi_{lk} > 0 \text{ for some } l\}$: minimum degree of network

d : average directed degree (对 $G(\pi, n)$ 中随机抽取的网络结构的每个连接的终点的出度求期望)

► 模型假定:

每个机构都有单一资产, 价值为1: $D = I, p = (1, \dots, 1)$

每个机构的破产下限: $\underline{v}_i = \underline{v} \in (0, 1)$

$\beta_i = p_i$ (一旦破产则成本为全部价值)

► 定义上下界限:

$$\widetilde{v_{min}} = \frac{1-c}{1-c \frac{\bar{d}}{\underline{d}}}$$

$$\widetilde{v_{max}} = \frac{1-c}{1-c \frac{\bar{d}}{\max\{\underline{d}, 1\}}}$$

2)一体化和多元化的结果

- 基于以上假设：记 $f(\pi, n)$ 为破产机构在全部机构中的比例 给定随机的从 $G(\pi, n)$ 随机抽取的G网络结构
- Proposition 3: 如果一个专一资产价值受冲击(均匀随机抽取), 一部分(比例大于0)的机构会破产当且仅当多元化和一体化程度都是中等水平

3A: $f(\pi, n_k) \rightarrow 0$ if:

$d < 1$ (diversification is too low), **or**

$\underline{d} > \frac{c(1-c)}{\widetilde{v_{min}} - \underline{v}}$ (c要么趋近于1或0,即一体化程度太高或太低, 或多元化程度(d)过高, 都会

使这个不等式成立;)

经济直觉: 破产冲击的危机只有在多元化和一体化程度都为中等时候才会传播(产权离散度和单个产权的集中度都不能太低或太高)

3B: $f(\pi, n_k) > 0$ if:

$d > 1$ (diversification is not too low), **and**

$\bar{d} < \frac{c(1-c)}{\widetilde{v_{max}} - \underline{v}}$



1) 模拟随机网络

a) 模型假定:

- i. $m=n, D=I$, 这样我们就能只关注互相持有的结构特征（多元化、一体化）
 - ii. 简化资产价值为 $p_i = 1$
 - iii. 一般破产下限: $\underline{v}_i = \theta v_i, \theta \in (0,1), v_i$ 是当所有资产价值为1时组织i的市
场价值
 - iv. $\beta_i = v_i$
 - v. $G_{ij} = 1$ 当i交叉持有; $G_{ii} = 0$
 - vi. 比例为c的各个组织被另外 $d_i = \sum_j G_{ji}$ 个组织均等持有; 剩余(1-c)部分由外
界的股东持有, 即 $\widehat{C}_{ii} = 1 - c$
 - vii. 每家组织都随机地交叉持有其他组织 $\Rightarrow$ 一个随机网络, 保证任意两点连
线的概率是 $d/(n-1) \Rightarrow$ 对任意点都满足: $E(d^{in}) = d = E(d^{out}) \Rightarrow G_{ij} = 1$ ($p =$
 $d/(n-1)$), 其中 $i \neq j$.
- *每个点都独立同分布, 且符合伯努利分布



B. The different roles of Diversification and Integration: Simulations on Random Networks

1) 模拟随机网络

b) 模拟首次破产和危机传递如何产生

i. 目的: 检测随diversification(d)和integration(c) 的增长, 二者分别如何影响级联网络的破产冲击传递

ii. 算法:

1. 按上述假设生成G 和 d

2. 根据G计算C ($C_{ij} = \frac{c}{d_j} G_{ij}$)

3. 计算初始价值 v_i

4. 随机选一个幸运机构让它破产(p_i) to 0

5. 假设其他所有资产价值保持在1, 用II-B提到的算法计算最佳均衡

iii. 我们关注的变量: 最佳均衡下的破产机构数量

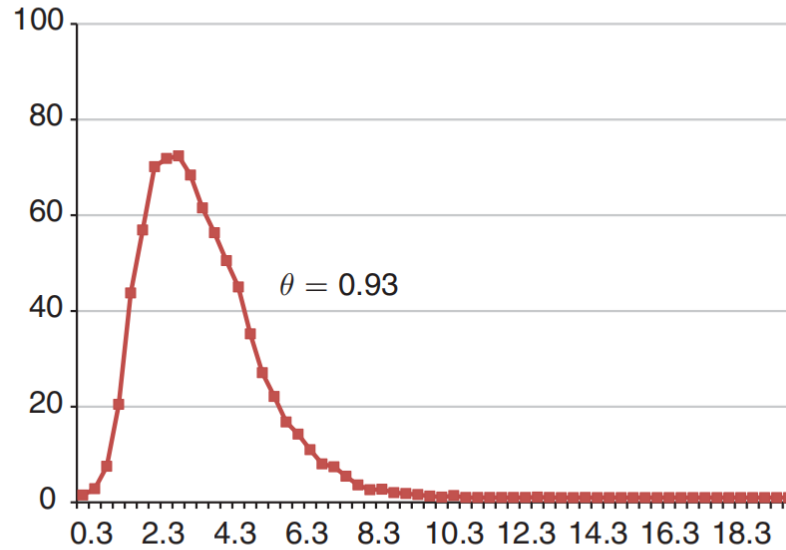


B. The different roles of Diversification and Integration: Simulations on Random Networks

2) 多元化的结果：先变好后变坏

a) Outcomes:

Panel A. Effects of diversification: the percentage of organizations failing as a function of expected degree for $\theta = 0.93$ ($c = 0.5$, $n = 100$)



Panel B. Effects of diversification for several failure thresholds: percentage of organizations failing as a function of expected degree for various levels of θ ($c = 0.5$, $n = 100$)

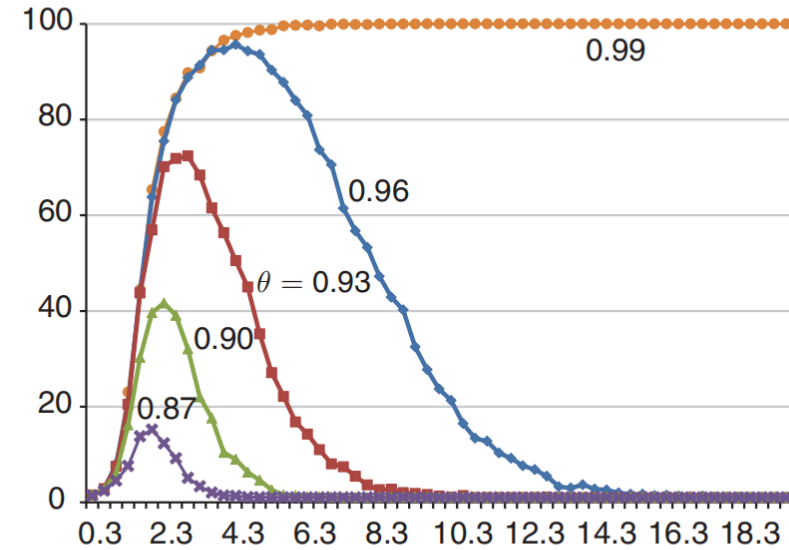


FIGURE 2. HOW DIVERSIFICATION (THE AVERAGE NUMBER OF OTHER ORGANIZATIONS THAT AN ORGANIZATION CROSS-HOLDS) AFFECTS THE PERCENTAGE OF ORGANIZATIONS FAILING (*Averaged over 1,000 simulations*)

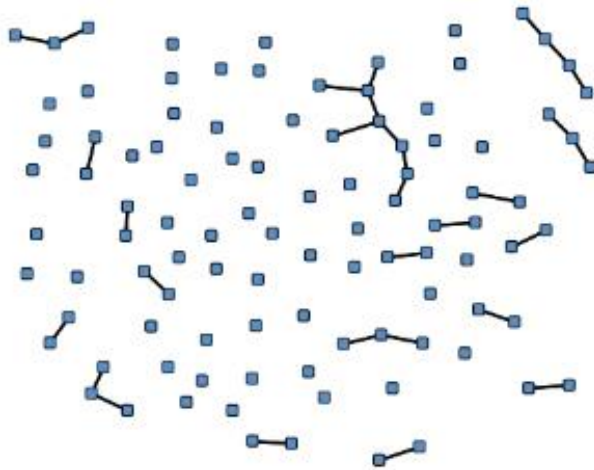
Note: The x -axis corresponds to diversification in terms of the expected degree in the random network of cross-holdings.

► B. The different roles of Diversification and Integration: Simulations on Random Networks

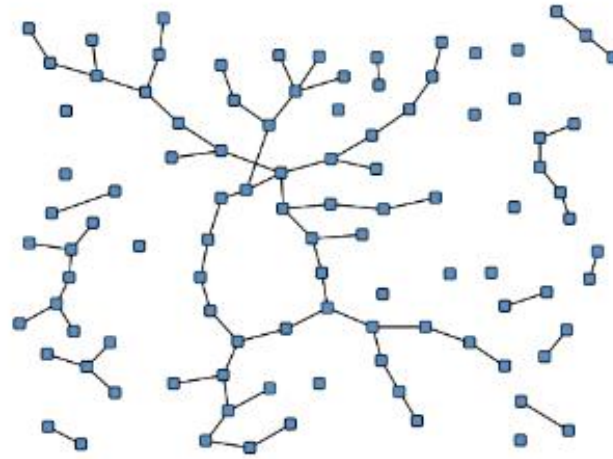
2) 多元化的结果：先变好后变坏

b) Illustration:

Panel A. Low diversification



Panel B. Medium diversification



Panel C. High diversification

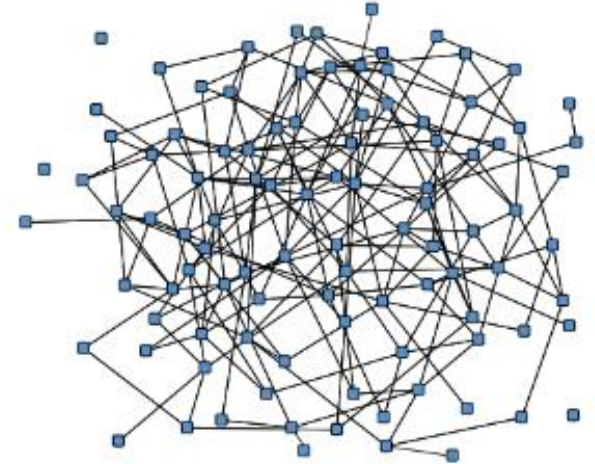


FIGURE 3. EXAMPLE RANDOM NETWORKS (*Plotted here with undirected edges*)
FOR DIFFERENT LEVELS OF DIVERSIFICATION

Note: The diagrams demonstrate the transition from panel A (many disconnected components) to panel B (a large component where each node has few neighbors) to panel C (a large component in which each node has many neighbors).

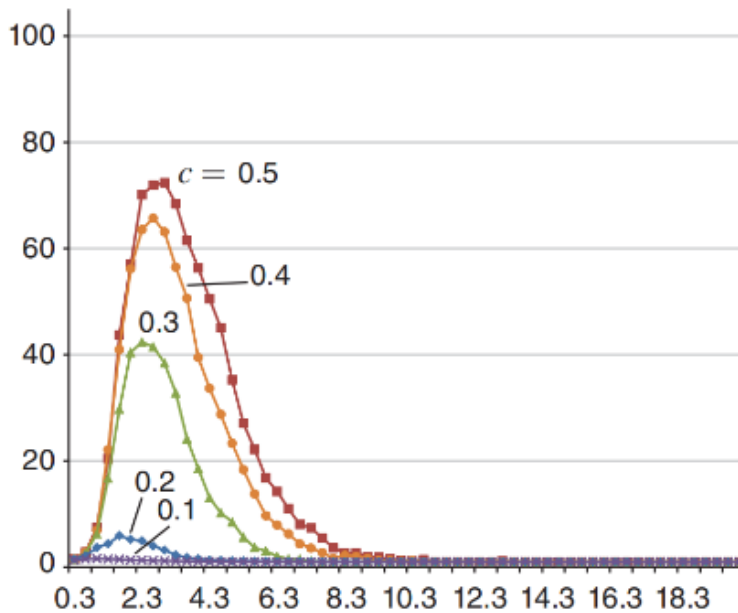


B. The different roles of Diversification and Integration: Simulations on Random Networks

3) 在一体化程度高的体系中，综合的传导效果波及更多但是不容易发生

a) Outcomes:

Panel A. Five levels of integration and the percentage of organizations failing as a function of expected degree ($\theta = 0.93$), ($n = 100$)



Panel B. Five levels of integration and the percentage of organizations failing as a function of expected degree ($\theta = 0.96$), ($n = 100$)

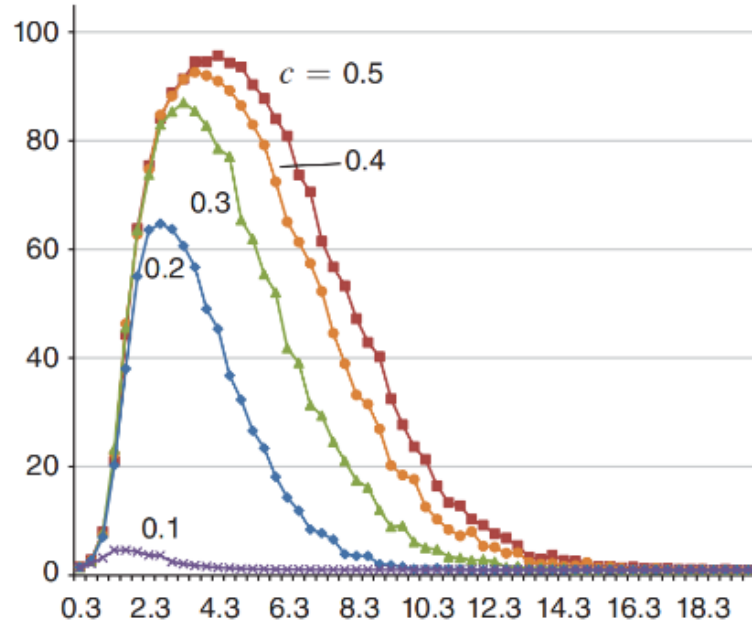


FIGURE 4. HOW INTEGRATION (THE FRACTION c OF A TYPICAL PORTFOLIO HELD BY OTHER ORGANIZATIONS) AFFECTS THE PERCENTAGE OF ORGANIZATIONS FAILING (Averaged over 1,000 simulations)

Notes: The x-axis corresponds to the diversification level (the expected degree in the random network of cross-holdings). The two figures work with different failure thresholds and depict how the size of cascades varies with the level of integration c ranging from 0.1 to 0.5.



B. The different roles of Diversification and Integration: Simulations on Random Networks

- 3) 在一体化程度高的体系中，综合的传导效果波及更多但是不容易发生
b) Illustration:

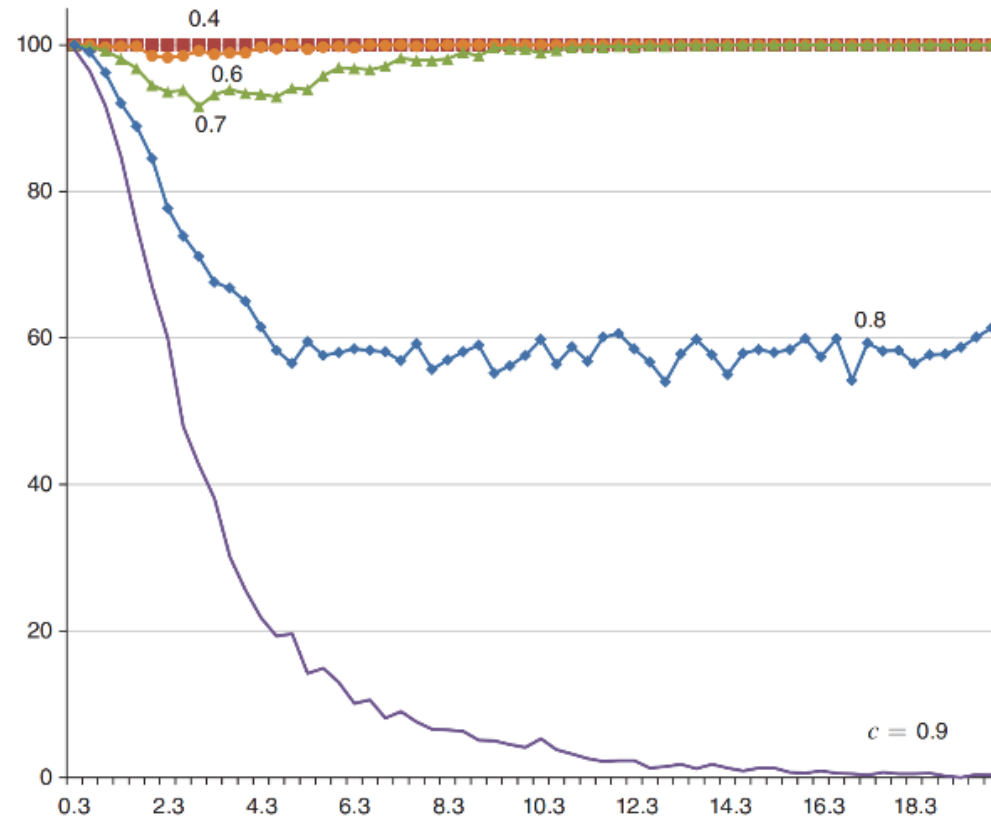


FIGURE 5. HOW INTEGRATION AFFECTS THE PERCENTAGE OF “FIRST FAILURES”

Notes: The percentage of simulations with at least one organization failing, for various levels of integration c from 0.4 to 0.9, with the x -axis tracking diversification (expected degree) in the network. The failure threshold is constant at $\theta = 0.8$.

IV. Alternative Networks Structures





A. A Core-Periphery Model

1) Model: interbank lending market

10 large organizations completely connected to each other and 90 smaller organizations has one connection to a random core organization. $v_i = 8$ for core organizations and $v_i = 1$ for smaller organizations.

10个大机构（核心）互相完全连接。90个小机构（周围）随机和一个大机构连接

2) 不同的一体化程度指标:

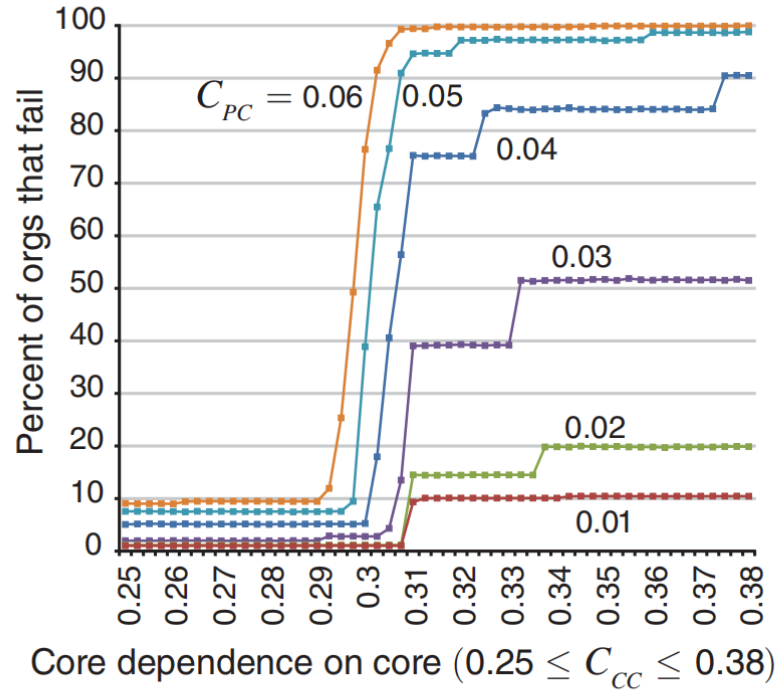
- ✓ C_{CC} : 大机构互相持有的部分
- ✓ C_{PC} : 大机构被小机构持有的部分
- ✓ C_{CP} : 小机构被大机构持有的部分所占的比例
- ✓ $\widehat{C}_{ii} = 1 - C_{CC} - C_{PC}$ 对一个核心机构
- ✓ $\widehat{C}_{ii} = 1 - C_{CP}$ 对一个外围机构



A. A Core-Periphery Model

3) Outcomes:

Panel A. One core organization's asset initially fails



Panel B. One peripheral organization's asset initially fails

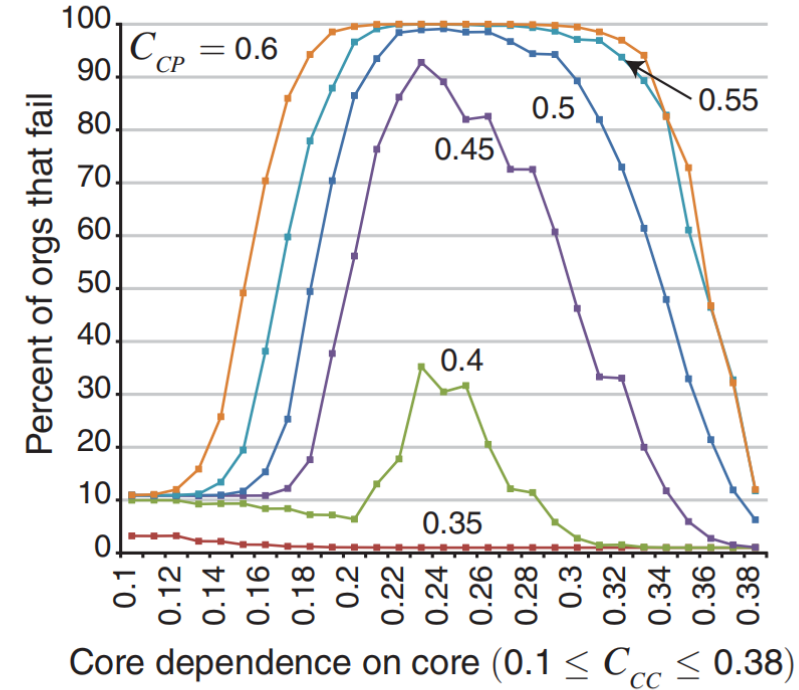


FIGURE 6. THE CONSEQUENCES OF FAILURE IN THE CORE-PERIPHERY MODEL

Notes: The x -axis is the fraction of each core organization cross-held by other core organizations (integration of core to core). In panel A, curves correspond to different levels of cross-holdings of each core organization by peripheral organizations. In panel B, they correspond to different levels of cross-holdings of peripheral organizations by core ones. The failure threshold is $\theta = 0.98$.



B. A model with Segregation among Sectors

1) 模型:

- 十个分组，每组十个点. 承认经济体中存在部门区分
- 关键点：一个部门内的节点互相连接的紧密程度相对于其他部门内节点的连接紧密程度.

2) 结果:

- 同质性提高最终会切断组与组之间的连接，最终减少危机传播.
- 一开始中等水平的多元化程度会导致更剧烈的危机传播($d=3,5$; $d=7,9$)
- 低分散程度 (d) 的网络结构相比于高分散度的网络结构，在更低的同质性下开始分块(segregation)，并最终降低风险传播
- 所以高同质性下，低分散度的网络结构更加稳健（不易产生cascade of failures）eg: $d=5$, $d=7$

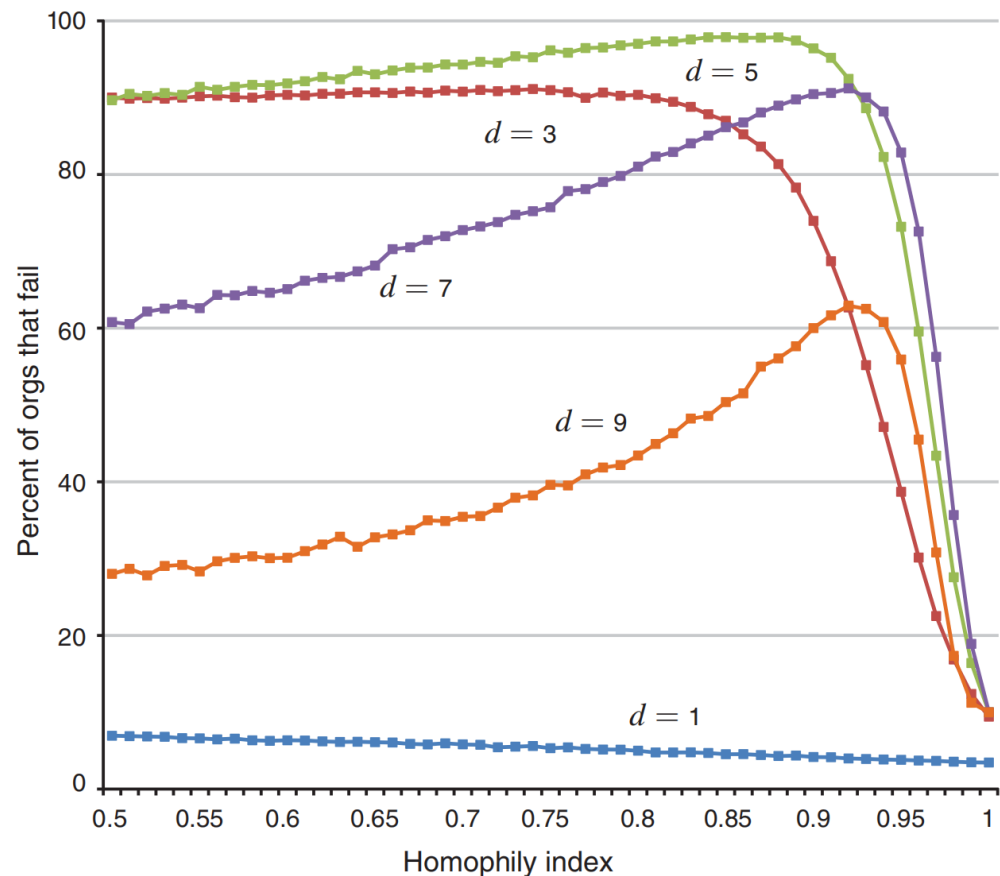


FIGURE 7. TEN GROUPS OF TEN ORGANIZATIONS EACH

Notes: The y-axis is the fraction of organizations that fail as a function of the homophily. The x-axis is the fraction of expected cross-holdings in same-type organizations. Curves correspond to different diversification levels (expected degrees d). The failure threshold is $\theta = 0.96$.



V. Illustration with European Debt Cross-Holdings

来自欧洲的实证

- 数据来源:
- 欧洲六国: 法国、德国、希腊、意大利、葡萄牙、西班牙
- 基础矩阵:

	(France)	(Germany)	(Greece)	(Italy)	(Portugal)	(Spain)
(France)	0	198,304	39,458	329,550	21,817	115,162
(Germany)	174,862	0	32,977	133,954	30,208	146,096
(Greece)	1,960	2,663	0	444	51	292
(Italy)	40,311	227,813	2,302	0	3,188	26,939
(Portugal)	6,679	2,271	8,077	2,108	0	21,620
(Spain)	27,015	54,178	1,001	29,938	78,005	0

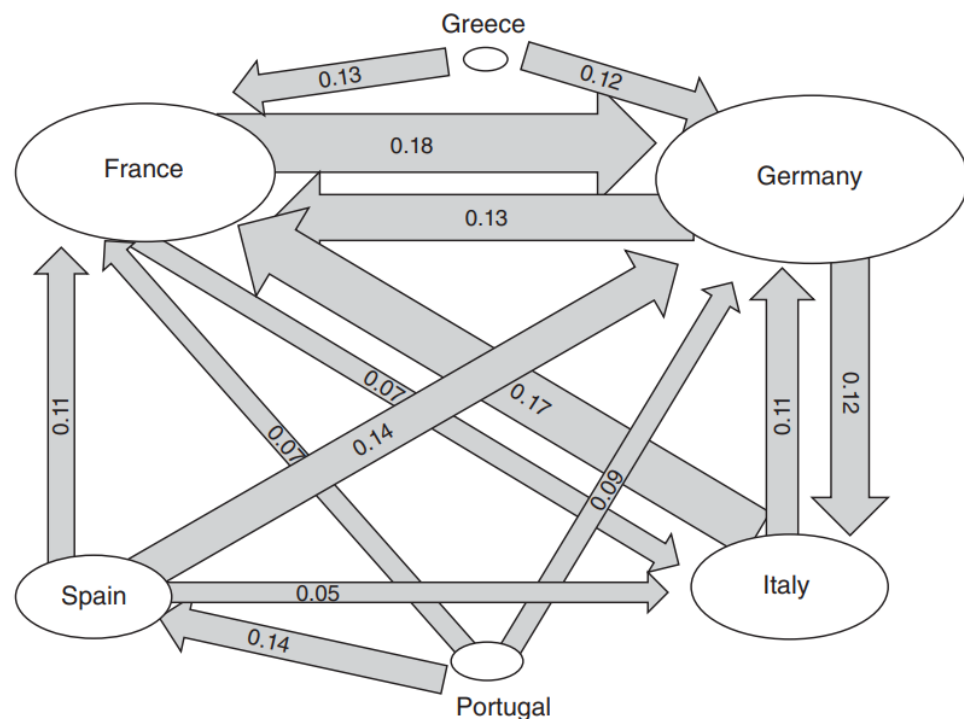
A. The Data

来自欧洲的实证

- 交叉持股矩阵:

$$\mathbf{A} = \hat{\mathbf{C}}(\mathbf{I} - \mathbf{C})^{-1}$$

	(France)	(Germany)	(Greece)	(Italy)	(Portugal)	(Spain)
(France)	0.71	0.13	0.13	0.17	0.07	0.11
(Germany)	0.18	0.72	0.12	0.11	0.09	0.14
(Greece)	0.00	0.00	0.67	0.00	0.00	0.00
(Italy)	0.07	0.12	0.03	0.70	0.03	0.05
(Portugal)	0.01	0.00	0.02	0.00	0.67	0.02
(Spain)	0.03	0.03	0.02	0.02	0.14	0.68



- 交叉持股矩阵的另一种表述方法

来自欧洲的实证

- 财政流（基于GDP和本国持外债的偿债能力）

$$\mathbf{v}_0 = \mathbf{A}\mathbf{p}$$

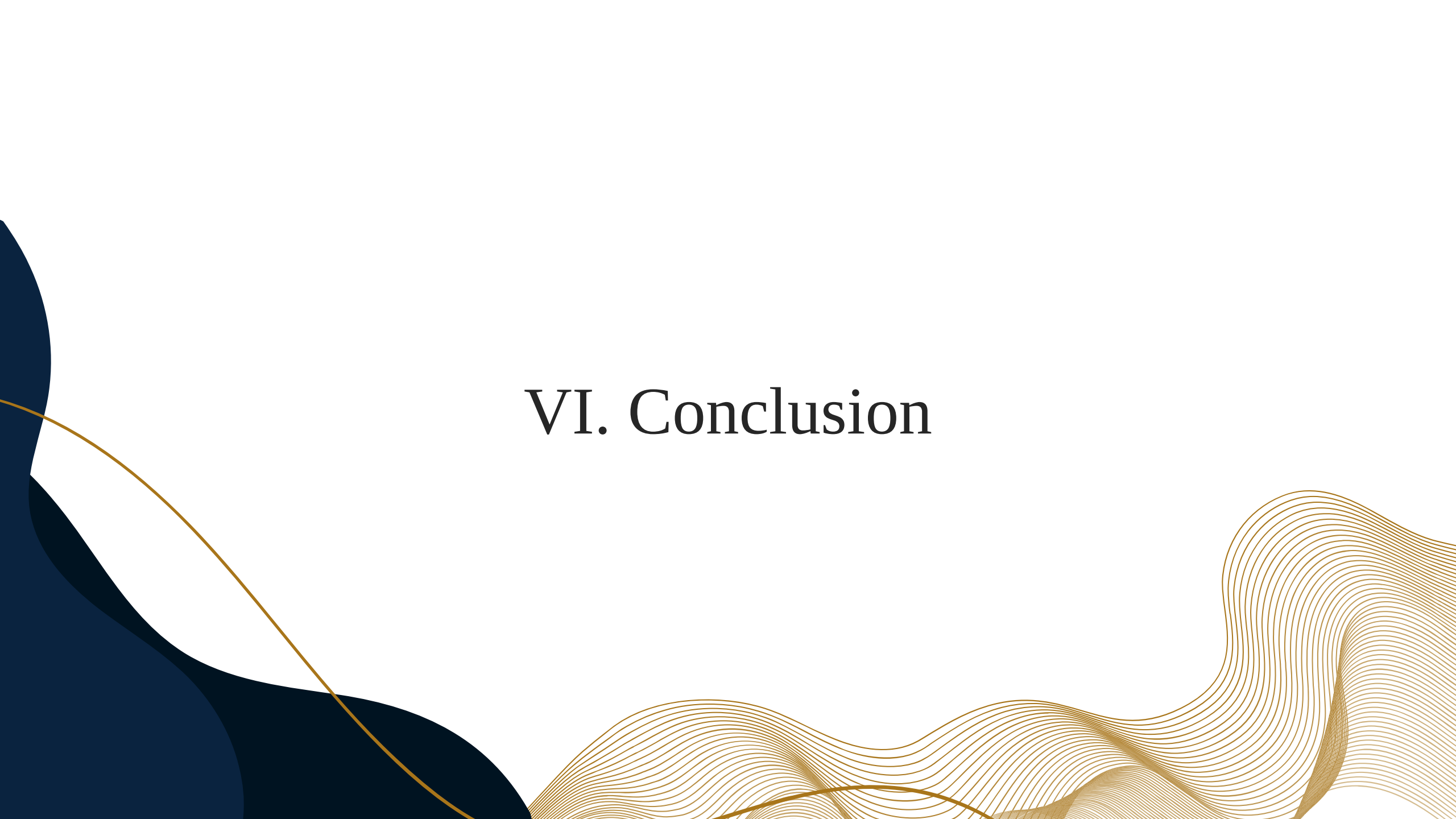
$$\begin{pmatrix} 0.71 & 0.13 & 0.13 & 0.17 & 0.07 & 0.11 \\ 0.18 & 0.72 & 0.12 & 0.11 & 0.09 & 0.14 \\ 0.00 & 0.00 & 0.67 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.07 & 0.12 & 0.03 & 0.70 & 0.03 & 0.05 \\ 0.01 & 0.00 & 0.02 & 0.00 & 0.67 & 0.02 \\ 0.03 & 0.03 & 0.02 & 0.02 & 0.14 & 0.68 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 11.6 \\ 14.9 \\ 1.3 \\ 9.2 \\ 1.0 \\ 6.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12.7 \text{ (France)} \\ 14.9 \text{ (Germany)} \\ 0.8 \text{ (Greece)} \\ 9.4 \text{ (Italy)} \\ 0.9 \text{ (Portugal)} \\ 5.4 \text{ (Spain)} \end{pmatrix}.$$

来自欧洲的实证

- 数据验证：欧债危机



VI. Conclusion



Thanks for Listening

