Estimates of the Trade and Welfare Effects of NAFTA

分工：
经济问题+结论&拓展：周易文
模型构建+参数估计：杨祎艾，宋子骞
均衡求解：邓喆
量化福利：洪蕴菲

Agenda

Part 1

经济问题

文章所分析的经济问题

本文探讨北美自由贸易协定（NAFTA）对成员国经济的影响，可细化为以下方面：

- 贸易自由化如何影响贸易流量

文章通过构建一个多国多行业的一般均衡模型，分析NAFTA的实施如何改变了美国、加拿大和墨西哥之间的双边贸易结构，特别是对中间品和最终品的影响。

- 贸易自由化对福利的影响

作者利用结构模型量化NAFTA对三个成员国的福利变化（real income gains）。

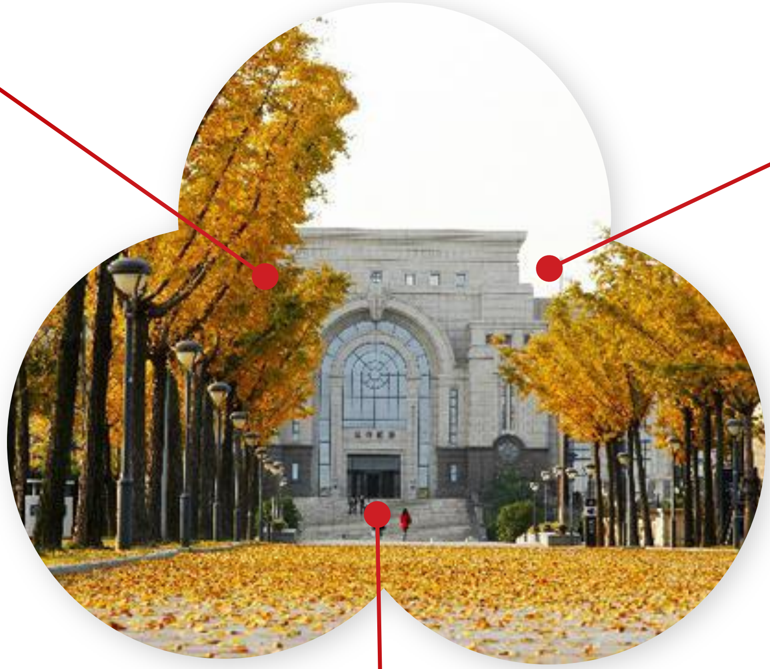
- 部门之间的传导机制

论文特别关注了通过投入产出关系（中间品传导），各行业之间是如何受到贸易政策变化影响的。这是该研究的一个创新点，强调了中间品在贸易福利效应中的关键角色。

- 如何估计贸易弹性

作者提出了一种新的估计方法，用于可靠地估计行业层面的贸易弹性，即对关税变化的响应程度，并用于模型校准。

特征事实



特征事实1

- 以美国对墨西哥和加拿大实施的关税为例，行业的有效关税水平具有差异性
- 对于墨西哥，美国在纺织、矿产品、石油、医疗设备等行业税率较高
- 对于加拿大，美国在纺织、塑料制品、医疗设备等行业税率较高

特征事实2

- 中间品贸易占比大
- 墨西哥从NAFTA以外国家的进口中，中间品占比68%，在NAFTA成员国贸易中，中间品进口占比82.1%

特征事实3

- 行业部门间的投入产出联系紧密
- 以美国为例，每个部门使用本部门产出作为中间投入的比例约为16%。仅考虑贸易部门，数值为20%，非贸易部门为11%

Part 2

模型构建

1、households 消费者端

（1）**公式含义**：每个国家中具有代表性的家庭L_n，通过消费最终商品C_n实现效用最大化

特点：家庭效用偏好函数符合C-D形式

$$u(C_n) = \prod_{j=1}^{J} {C_n^j}^{\alpha_n^j}, \text{ where } \sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j = 1$$

（2）预算约束

$$s.t.\ I_n = W_n \cdot L_n + R_n + D_n$$

- I_n表示家庭收入，收入来源有两类：

① 以W_n价格提供的劳动L_n；
② 来自其他世界地区的一次性转账：关税收入D_n和转移支付R_n

2、intermediate goods中间品生产商

（1）**公式含义**：每个部门j都生产一种连续的中间产品$\omega^j \in [0,1]$

每种商品都需要两种投入品：劳动力l & 各个部门生产的复合中间品（材料）m

特点：生产函数符合C-D形式

$$\text{Produce function:}\ q_n^j(\omega^j) = z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}[m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}},$$

$$\text{where } \gamma_n^j + \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{k,j} = 1$$

- $z_n^j(\omega^j)$：各国中间产品生产者的生产效率有差异，用$z_n^j(\omega^j)$表示n国生产商品ω^j的的生产效率
- $l_n^j(\omega^j)$：n国j部门生产中间商品ω^j投入的劳动力
- γ_n^j：劳动力投入份额（刻画增加值所占比例）
- $m_n^{k,j}(\omega^j)$：n国j部门生产中间商品ω^j所需要的来自k部门的中间品
- $\gamma_n^{k,j}$：生产中间商品ω^j时，来自k部门材料的占比（刻画投入产出联系）

2、intermediate goods中间品生产商

（2）由于文中假设中间产品的生产具有规模报酬不变的特点，且市场完全竞争所以企业以单位成本$P_n^j(\omega^j) = \frac{c_n^j}{z_n^j(\omega^j)}$定价

- c_n^j:投入组合的成本

Cost of an input bundle: $c_n^j = \gamma_n^j w_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} [P_n^k]^{\gamma_n^{k,j}}$

- γ_n^j：常数
- P_n^k：k部门组合中间品的价格
- w_n ：工资水平

意义：c_n^j的表达式揭示了该模型和单部门模型或没有相互关联的多部门模型相比的关键差异——投入组合的成本取决于工资水平w_n 以及经济中所有可贸易和不可贸易的综合中间产品的价格P_n^k

2、Intermediate goods中间品生产商

投入组合的成本c_n^j简要推导：

目标函数：$\min TC = \sum_{k=1}^{J} P_n^k \cdot m_n^{k,j}(\omega^j) + w_n \cdot L_n^j$

约束条件：s.t. $q_n^j(\omega^j) = z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}[m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}}$

构造拉格朗日函数：

$$L = \sum_{k=1}^{J} P_n^k \cdot m_n^{k,j}(\omega^j) + w_n \cdot L_n^j + \lambda \cdot q_n^j(\omega^j) - z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}[m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}}$$

对$m_n^{k,j}(\omega^j)$ 和L_n^j 求偏导

可得$C_n^j = \gamma_n^j w_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J}[P_n^k]^{\gamma_n^{k,j}}$

3、Composite intermediate goods复合中间品厂商

（1）**公式含义**：文中假定n国j部门的复合中间品生产者将以最低价 $p_n^j(\omega^j) = \min_i \left\{ \frac{c_i^j \cdot k_{ni}}{z_i^j(\omega^j)} \right\}$ 购买中间产品ω^j，并以最低价供应Q_n^j量的复合中间品

$$\text{Production function:}\quad Q_n^j = \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\, d\omega^j \right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)}$$

- $r_n^j(\omega^j)$：n国j部门从成本最低的供应商处购买中间品ω^j的需求
- σ^j：j部门中间产品的替代弹性

（2）为了解决复合中间产品生产者的这一问题，模型给出了如下对于该商品的需求情况

$$\text{Demand function:}\quad r_n^j(\omega^j) = \left(\frac{p_n^j(\omega^j)}{P_n^j} \right)^{-\sigma^j} Q_n^j$$

- P_n^j：组合中间品的单价（单位成本） unit price of composite intermediate goods

$$P_n^j = \left[\int p_n^j(\omega^j)^{1-\sigma^j}\, d\omega^j \right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$

3、 Composite intermediate goods复合中间品厂商

P_n^j推导过程：

- 目标函数：$\max \pi = P_n^j \cdot Q_n^j - \int_0^1 p_n^j(\omega^j) \cdot r_n^j(\omega^j)\, d\omega^j$

- 代入**Production function**：$Q_n^j = \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)}$

$$\max \pi = P_n^j \cdot \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)} - \int_0^1 p_n^j(\omega^j) \cdot r_n^j(\omega^j)\, d\omega^j$$

- **F.O.C**：$\frac{\partial \pi}{r_n^j(\omega^j)}=0$，得$r_n^j(\omega^j) = \left(\frac{p_n^j(\omega^j)}{P_n^j}\right)^{-\sigma^j} \cdot Q_n^j$

$$所以P_n^j = \left[\int p_n^j(\omega^j)^{1-\sigma^j} d\omega^j\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$

4、经济总和

——生产率(z_n^j)服从Frechet极值分布：

1、企业偏好采用最先进的技术

2、生产率较高的企业更容易进入出口市场

⟹ **中间品价格服从极值分布**

$$G_{ni}^j(p)=1-e^{-\lambda_i\left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j}p^{\theta^j}}$$

$$P_n^j=A_j\left[\sum_{i=1}^N \lambda_i^j\left(c_i^j k_{ni}^j\right)^{-\theta_j}\right]^{-1/\theta_j}$$

——国家n在j部门商品上的总支出

$$X_n^j=P_n^j Q_n^j$$

——n国从i国进口的j部门商品的份额

$$\pi_{ni}^j=X_{ni}^j/X_n^j$$

EK模型（2002）：$\pi_{ni}^j=\dfrac{\lambda_i^j\left[c_i^j k_{ni}^j\right]^{-\theta j}}{\sum_{h=1}^N \lambda_h^i\left[c_h^j k_{nh}^j\right]^{-\theta j}}$

——j部门商品市场出清

τ:关税从价税

$x_n^j=\sum_{k=1}^J \gamma_n^{j,k}\sum_{i=1}^N X_i^k\frac{\pi_{in}^k}{1+\tau_{in}^k}+\alpha_n^j I_n$ （j部门商品一部分被各国作为中间品投入，一部分被本国居民最终消费）

其中$I_n=w_n L_n+R_n+D_n$（最终收入来自劳动收入、关税收入、贸易差的总和）

4、经济总和

——贸易平衡条件

- 国家n从国家i进口j部门商品——$M_{ni}^{j}=X_{n}^{j}\frac{\pi_{ni}^{j}}{1+\tau_{ni}^{j}}$
- 国家n向国家i出口j部门商品——$E_{in}^{j}=X_{i}^{j}\frac{\pi_{in}^{j}}{1+\tau_{in}^{j}}$
- 一国的贸易逆差等于所有部门贸易逆差的和$D_n=\sum_{k=1}^{J}D_n^k$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}X_{i}^{j}\frac{\pi_{ni}^{j}}{1+\tau_{ni}^{j}}-D_n=\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}X_{i}^{j}\frac{\pi_{in}^{j}}{1+\tau_{in}^{j}}$$

5、市场均衡

- 市场最终实现产品市场、劳动市场**出清**

需估计以下：α_n^j、γ_n^j、$\gamma_n^{k,j}$、λ_i^j、$d_{ni}^j(-k_{ni}^j)$、θ^j

$$c_n^j = \Upsilon_n^j \omega_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} P_n^{k\,\gamma_n^{kj}}$$

$$P_n^j = A_j \left[\sum_{i=1}^{N} \lambda_i^j \left(c_i^j k_{ni}^j \right)^{-\theta_j} \right]^{-1/\theta_j}$$

$$\pi_{ni}^j = \frac{\chi_i^j \left[c_i^j k_{ni}^j \right]^{-\theta_j}}{\sum_{h=1}^{N} \chi_h^j \left[c_h^j k_{nh}^j \right]^{-\theta_j}}$$

$$x_n^j = \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum_{i=1}^{N} X_i^k \frac{\pi_{in}^k}{1+\tau_{in}^k} + \alpha_n^j I_n$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} X_i^j \frac{\pi_{ni}^j}{1+\tau_{ni}^j} - D_n = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} X_i^j \frac{\pi_{in}^j}{1+\tau_{in}^j}$$

- **相对变化**下的均衡

贸易模型中反事实分析方法：Exact Hat Algebra， $\hat{x} = \frac{x'}{x}$

减少参数数量生产率（λ）、冰山成本（ d_{ni}^j ）

$$\hat{c}_n^j = \hat{\omega}_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} \hat{P}_n^{k\,\gamma_n^{kj}}$$

$$\hat{\pi}_{ni}^j = \frac{\left[\hat{c}_i^j \hat{k}_{ni}^j \right]^{-\theta_j}}{\left[\hat{P}_n^j \right]^{-\theta_j}}$$

$$X_n^{j\prime} = \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{k\prime}}{1+\tau_{in}^{k\prime}} X_i^{k\prime} + \alpha_n^j I_n'$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{ni}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j\prime}} X_i^{j\prime} - D_n = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{j\prime}}{1+\tau_{in}^{j\prime}} X_i^{j\prime}$$

$$\widehat{k_{ni}^j} = \frac{1+\tau_{ni}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^j}, \quad 且 I_n' = \widehat{\omega_n} \omega_n L_n + \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \tau_{ni}^{j\prime} \frac{\pi_{ij}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j\prime}} X_i^{j\prime} + D_n$$

Part 3

参数估计

参数估计

参数	估计方法	数据来源
γ_n^j	各国行业增加值/行业总产出	OECD STAN database Industrial Statistics database United Nations National Accounts Database OECD input-output database
$\gamma_n^{k,j}$	（各国各行业在k部门的中间品消费/j部门总的中间品消费）*(1-γ_n^j) $\sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{k,j} = 1 - \gamma_n^j$	OECD input-output database WIOD input-output database
α_n^j	$\alpha_n^j = \frac{Y_n^j + D_n^j - \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} Y_n^k}{I_n}$ （行业总产出+贸易盈余-中间品使用）/消费者收入	OECD STAN database Industrial Statistics database United Nations National Accounts Database OECD input-output database OECD input-output database WIOD input-output database
θ^j	$\ln\left(\frac{X_{ni}^j X_{ih}^j X_{hn}^j}{X_{hn}^j X_{hi}^j X_{nh}^j}\right) = -\theta^j \ln\left(\frac{\tilde{\tau}_{ni}^j \tilde{\tau}_{ih}^j \tilde{\tau}_{hn}^j}{\tilde{\tau}_{in}^j \tilde{\tau}_{hi}^j \tilde{\tau}_{nh}^j}\right) + \widetilde{\epsilon^j}$	UN COMTRADE-trade flow UNCTAD TRAINS-tariff

θ^j估计

——贸易弹性θ

$$\pi_{ni}^j = \frac{X_{ni}^j}{X_n^j} = \frac{\lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j}}{\sum_{h=1}^{\infty} \lambda_h^j \left[c_h^j k_{nh}\right]^{-\theta^j}}$$

$$\frac{X_{ni}^j X_{ih}^j X_{hn}^j}{X_{nh}^j X_{hi}^j X_{in}^j} = \left(\frac{k_{ni}^j k_{ih}^j k_{hn}^j}{k_{in}^j k_{hi}^j k_{nh}^j}\right)^{-\theta^j}$$

——国际贸易成本

$k_{ni}^j = \widetilde{\tau}_{ni}^j d_{ni}^j$ $\widetilde{\tau}_{ni}^j$ =1+ τ_{ni}^j d_{ni}^j :冰山成本（距离成本）

转化为对数 $\ln k_{ni}^j = \ln \tilde{\tau}_{ni}^j + \ln d_{ni}^j = \ln \tilde{\tau}_{ni}^j + \nu_{ni}^j + \mu_n^j + \delta_i^j + \epsilon_{ni}^j$（$\ln d_{ni}^j$可以建模为线性函数）

$$\ln\left(\frac{X_{ni}^j X_{ih}^j X_{hn}^j}{X_{hn}^j X_{hi}^j X_{nh}^j}\right) = -\theta^j \ln\left(\frac{\tilde{\tau}_{ni}^j \tilde{\tau}_{ih}^j \tilde{\tau}_{hn}^j}{\tilde{\tau}_{in}^j \tilde{\tau}_{hi}^j \tilde{\tau}_{nh}^j}\right) + \widetilde{\epsilon^j}$$（双边贸易与进口关税的关系）

其中$\widetilde{\epsilon^j} = \epsilon_{im}^j - \epsilon_{ni}^j + \epsilon_{hi}^j - \epsilon_{ih}^j + \epsilon_{nh}^j - \epsilon_{hn}^j$

Part 4

均衡求解

均衡求解

$$\hat{c}_n^j = \hat{w}_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} \hat{P}_n^{k\ \gamma_n^{k,j}} \tag{1}$$

$$\hat{P}_n^j = \left[\sum_{i=1}^{N} \pi_{ni}^j [\hat{\kappa}_{ni}^j \hat{c}_i^j]^{-\theta^j} \right]^{-1/\theta^j} \tag{2}$$

$$\hat{\pi}_{ni}^j = \left[\frac{\hat{c}_i^j \hat{\kappa}_{ni}^j}{\hat{P}_n^j} \right]^{-\theta^j} \tag{3}$$

$$X_n^{j\prime} = \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{k\prime}}{1+\tau_{in}^{k\prime}} X_i^{k\prime} + \alpha_n^j I_n^{\prime}. \tag{4}$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{ni}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j\prime}} X_n^{j\prime} - D_n = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{j\prime}}{1+\tau_{in}^{j\prime}} X_i^{j\prime} \tag{5}$$

- ✓ 第一步：猜工资 → 算成本（公式1）
- ✓ 第二步：成本 → 价格指数（公式2），用成本ĉ和关税τ̂计算新的价格指数p̂
- ✓ 第三步：价格→贸易份额（公式3）比较各国价格竞争力，贸易份额变化
- ✓ 第四步：验证贸易平衡（公式5），检查总支出是否等于总收入，若某国进口太多出现逆差→调低该国工资，重新迭代

连接关税与福利的核心变量——工资

01 为什么需要“猜测”工资？

- 工资是内生变量（由模型内部决定），但计算需要一个起点。
- 收敛性："无论初始猜w=1还是w=2，最终都会收敛到同一均衡"
- 循环因果："工资决定成本，成本影响贸易，贸易反过来决定工资"

02 工资的核心作用：连接关税与福利

在贸易模型中，工资是衡量一国福利的关键变量，因为：

✓ 实际工资（工资/物价水平）直接反映居民购买力；

✓ 工资水平决定企业生产成本，进而影响国际竞争力。

03 关税变化通过工资调整重新分配利益

当墨西哥对美国关税下降 → 墨西哥出口成本降低 → 美国消费者更多购买墨西哥产品 → 墨西哥企业扩张生产 → 劳动力需求增加 → 墨西哥工资上升。

反之，美国部分产业萎缩 → 劳动力需求减少 → 美国工资下降。

均衡求解的本质

- ✓经济直觉："模型本质是在找一组工资，让所有国家的进出口账单平衡"
- ✓均衡求解的本质，是通过数学迭代找到一组工资和价格，使得：
- 所有市场（劳动力、商品）供需平衡；
- 所有国家贸易收支平衡。
- ✓最终，我们就能量化NAFTA对工资、福利的影响——这正是量化贸易模型的威力所在。

Part 5

量化福利

实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

由上节：

$$\widehat{c_{nj}} = \widehat{w_n^{\gamma_n^j}} \prod_{k=1}^{J} \widehat{P_{nk}^{k} w_n^{\kappa_{nj}}}$$

(10)单位成本变化

$$\widehat{\pi_{nij}} = \left[\frac{\widehat{c_{nij}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j}$$

(12)国家 n 在行业 j 对国家I

贸易份额变化

$$\widehat{\pi_{nn}^{j}} = \left[\frac{\widehat{c_{nnj}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j} = \left[\frac{\widehat{w_n^{\gamma_n^j}} \prod_{k=1}^{J} \widehat{P_{nk}^{k} w_n^{\kappa_{nj}}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j}$$

国家 n 在行业 j 对自身的贸易

份额变化，代入$\widehat{c_{nj}}$

$$\ln \widehat{\pi_{nn}^{j}} = -\theta_j \left[\gamma_n^j \ln \widehat{w_n} + \sum_{k=1}^{J} \left(\theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^{k}} + \kappa_{nj} \ln \widehat{w_n}\right) - \ln \widehat{P_{nj}}\right]$$

求对数并化简

$$= -\theta_j \left[\left(\gamma_n^j + \kappa_{nj}\right) \ln \widehat{w_n} + \sum_{k=1}^{J} \theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^{k}} - \ln \widehat{P_{nj}}\right]$$

实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

$$\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j \ln\widehat{\pi_{nn}^j}=\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\left[-\theta_j\left(\gamma_n^j+\kappa_{nj}\right)\ln\widehat{w_n}-\theta_j\sum_{k=1}^{J}\theta_k^j\ln\widehat{P_{nk}^k}+\theta_j\ln\widehat{P_{nj}}\right]$$

乘以消费份额α_n^j并加总

整理可得：

$$\ln\widehat{w_n}=-\frac{1}{\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\theta_j\left(\gamma_n^j+\kappa_{nj}\right)}\left(\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\ln\widehat{\pi_{nn}^j}+\sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{J}\alpha_n^j\theta_j\theta_k^j\ln\widehat{P_{nk}^k}-\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\theta_j\ln\widehat{P_{nj}}\right)$$

又: $P_n=\Pi_j\left(P_n^j\right)^{\alpha_n^j}$ （5）价格指数

$\ln\widehat{P_n}=\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\ln\widehat{P_{nj}}$ 取对数

实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

整理可得：

$$\ln\frac{\widehat{W_n}}{\widehat{P_n}} = -\sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j\left(\frac{\gamma_n+\left(1-\gamma_n^j\right)}{\gamma_n\theta_j}\right)\ln\widehat{\pi_{nn}^j} - \sum_{j=1}^{J}\frac{\alpha_n^j}{\gamma_n}\left(\sum_{k=1}^{J}\theta_k^j\ln\widehat{P_{nk}^k}+\kappa_{nj}\ln\widehat{W_n}\right)$$

$$= \underbrace{-\sum_{j=1}^{J}\frac{\alpha_n^j}{\theta_j}\ln\widehat{\pi_{nn}^j}}_{\text{Final goods}} \underbrace{-\sum_{j=1}^{J}\frac{\alpha_n^j}{\theta_j}\frac{1-\gamma_n^j}{\gamma_n}\ln\widehat{\pi_{nn}^j}}_{\text{Intermediate goods}} \underbrace{-\sum_{j=1}^{J}\frac{\alpha_n^j}{\gamma_n}\ln\prod_{k=1}^{J}\left(\widehat{P_{nk}^k}\right)^{\theta_k^j}\left(\widehat{W_n^{\gamma_n^k}}\right)^{\kappa_{nj}}}_{\text{Sectoral linkages}} \quad (15)$$

福利变化——用消费者收入/消费价格指数衡量

$W_n = \frac{I_n}{P_n} = \frac{w_n L_n}{P_n} + \frac{R_n}{P_n} + \frac{D_n}{P_n}$ 福利定义

其中， $R_n = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\frac{\tau_{ni}^{j} M_{ni}^{j}}{P_n}$， 并假设： $dDn=0$， $d\ln\kappa_{ni}^{j} = d\ln\tau_{ni}^{j}$

$\Rightarrow d\ln W_n = \frac{w_n L_n}{I_n} d\ln w_n + \frac{R_n}{I_n} d\ln R_n - d\ln P_n$ 取对数

代入并化简可得：

$$d\ln W_n = \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\underbrace{\left(E_{ni}^{j} d\ln c_n^{j} - M_{ni}^{j} d\ln c_i^{j}\right)}_{\text{Terms of Trade}} + \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\underbrace{\tau_{ni}^{j} M_{ni}^{j}\left(d\ln M_{ni}^{j} - d\ln c_i^{j}\right)}_{\text{Volume of Trade}}$$

2种方法代入数据，衡量NAFTA关税变化带来的福利效应

*方法一：*世界其他国家关税水平不变（采用1993年），NAFTA成员国间关税采用2005年数据。
结果表明，墨西哥福利提升最大，美国稍小，加拿大损失0.06%。进一步分解贸易福利：贸易创造为主要来源，且NAFTA对成员国与其他国家的贸易产生转移效应。美国贸易条件提升，加、墨贸易条件恶化。由中间品价格公式可知，出口价随进口关税降低而降低，随投入要素（复合中间品价格、工资）价格增加而增加，最终变化取决于二者间的综合效应。

TABLE 2
Welfare effects from NAFTA's tariff reductions

	Welfare			
Country	Total	Terms of trade	Volume of Trade	Real wages
Mexico	1.31%	−0.41%	1.72%	1.72%
Canada	−0.06%	−0.11%	0.04%	0.32%
U.S.	0.08%	0.04%	0.04%	0.11%

TABLE 3
Bilateral welfare effects from NAFTA's tariff reductions

	Terms of trade		Volume of Trade	
Country	NAFTA	Rest of the world	NAFTA	Rest of the world
Mexico	−0.39%	−0.02%	1.80%	−0.08%
Canada	−0.09%	−0.02%	0.08%	−0.04%
U.S.	0.03%	0.01%	0.04%	0.00%

2种方法代入数据，衡量NAFTA关税变化带来的福利效应

TABLE 4

Sectoral contribution to welfare effects from NAFTA's tariff reductions

Sector	Mexico		Canada		United States	
	Terms of trade	Volume of trade	Terms of trade	Volume of trade	Terms of trade	Volume of trade
Agriculture	−0.13%	2.87%	3.41%	−0.01%	3.41%	0.65%
Mining	−3.01%	0.25%	4.04%	−0.20%	1.54%	0.04%
Manufacturing						
Food	0.45%	1.17%	3.56%	2.37%	3.16%	1.04%
Textile	3.30%	12.00%	1.15%	16.20%	4.32%	22.20%
Wood	0.30%	2.26%	4.17%	0.24%	1.31%	0.41%
Paper	0.39%	3.82%	5.86%	0.49%	2.83%	0.33%
Petroleum	−0.09%	14.60%	0.60%	30.40%	1.85%	11.40%
Chemicals	0.57%	2.15%	5.74%	0.08%	5.60%	1.11%
Plastic	0.62%	4.21%	2.53%	7.56%	1.61%	0.32%
Minerals	0.05%	0.73%	0.93%	0.47%	0.70%	0.57%
Basic metals	1.07%	3.02%	10.10%	1.48%	3.40%	1.05%
Metal products	0.90%	5.56%	2.22%	7.99%	1.61%	1.06%
Machinery n.e.c.	3.68%	4.32%	5.16%	−0.02%	5.63%	0.65%
Office	8.37%	4.72%	2.32%	−0.83%	3.50%	1.43%
Electrical	41.20%	25.80%	1.37%	7.18%	24.20%	42.20%
Communication	21.00%	3.64%	2.67%	0.15%	11.60%	4.58%
Medical	4.72%	1.34%	0.94%	−0.23%	3.48%	4.46%
Auto	13.80%	4.78%	29.50%	27.80%	15.80%	4.47%
Other Transport	0.21%	0.82%	12.90%	−0.97%	1.51%	0.32%
Other	2.63%	1.92%	0.81%	−0.11%	2.90%	1.69%

*方法二：*先计算所有国家关税变化后的福利效应，再假设NAFTA成员国关税不变(采用1993年数据)计算福利效应，最后计算两者差值。

结果表明，所有国家都在世界关税的调整中获得福利的提升。改善最大的是中国，主要来源于贸易创造。

NAFTA成员国中，与第一种计算方法方法仅考虑NAFTA关税变化相比，获得的福利都有所提升。

Part 6

结论&拓展

主要结论的经济学含义

- 贸易自由化对发展中国家更有利

像墨西哥这样的中等收入国家能显著提高出口机会，从而实现更高的福利提升；这为发展中国家争取自由贸易协议提供了理论支持。

- 中间品贸易的重要性被低估

大多数公众和政策讨论关注的是消费品贸易，但中间品（如零部件、原材料）才是现代全球化真正的核心；这意味着保护主义政策（如关税壁垒）对生产体系的破坏可能远大于其对最终产品价格的直接影响

- 政策需考虑产业链联动效应

由于行业之间存在“传染效应”，单独考虑某一个行业的保护措施可能带来负面的溢出效应；政策评估必须以一般均衡视角来看，而不是局部均衡分析

可能的拓展

- 动态模型扩展

加入动态要素（如投资、资本积累或劳动力随时间的重新配置）将更能反映贸易自由化带来的长期调整成本或收益。

- 考虑劳动力市场效应

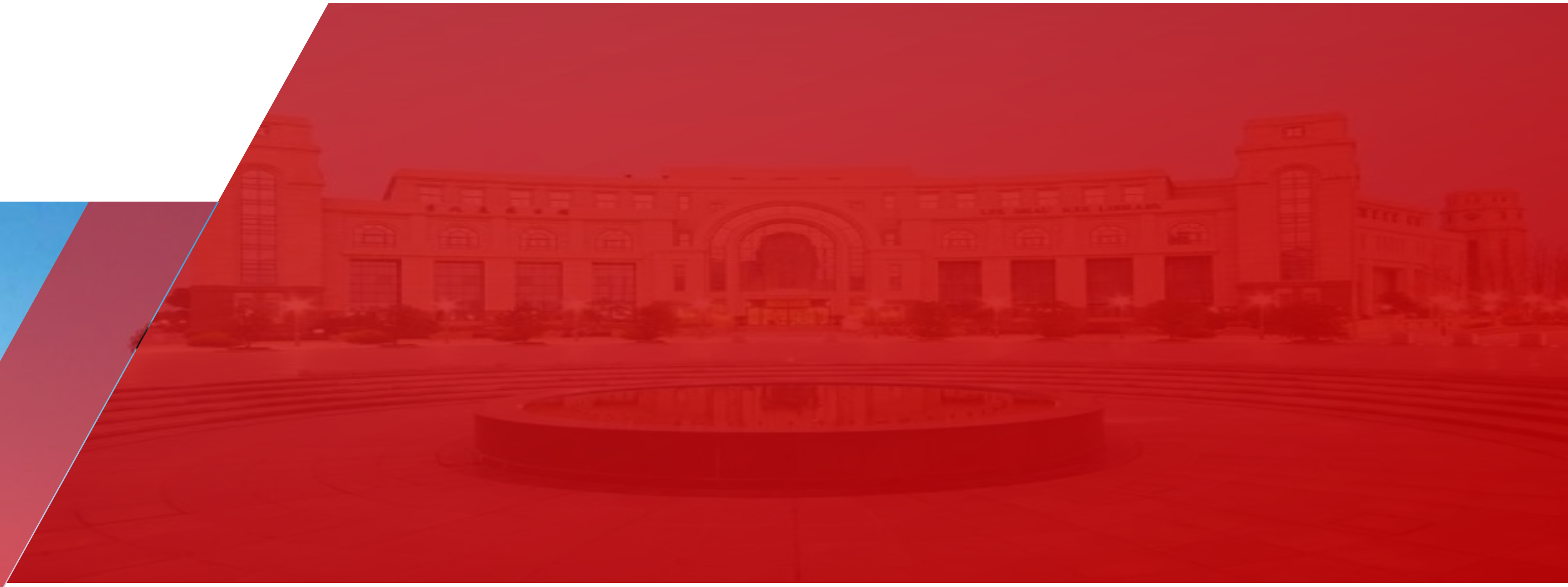
可引入更详细的劳动力市场结构（例如带有摩擦、部门专属技能或流动性限制），以更好地解释贸易的分配效应——这是目前政策界极为关注的议题。

- 气候与环境方面的扩展

可以将该模型用于研究碳边境调整机制、绿色贸易协定，或评估贸易流相关的行业碳排放。

- 估计技术的改进

文中提出了一种新颖的贸易弹性估计方法。未来可以使用机器学习或贝叶斯方法，以提高高维或噪声较大数据下的估计精度。



汇报完毕谢谢聆听

Cost of an input bundle推导附录:

目标函数：$\min TC = \sum_{k=1}^{J} P_n^k \cdot m_n^{k,j}(\omega^j) + w_n \cdot L_n^j$

约束条件：s.t. $q_n^j(\omega^j) = z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}[m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}}$

构造拉格朗日函数：

$$L = \sum_{k=1}^{J} P_n^k \cdot m_n^{k,j}(\omega^j) + w_n \cdot L_n^j + \lambda \cdot q_n^j(\omega^j) - z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}[m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}}$$

F.O.C:

$\frac{\partial L}{\partial L_n^j} = 0$，得 $L_n^j(w^j) = \frac{\lambda \cdot \gamma_n^j \cdot q_n^j(w^j)}{W_n}$

$\frac{\partial L}{\partial m_n^{k,j}} = 0$,得 $m_n^{k,j}(\omega^j) = \frac{\lambda \cdot \gamma_n^{k,j} \cdot q_n^j(w^j)}{P_n^k}$

Cost of an input bundle推导附录:

将以上两式代入$q_n^j(\omega^j) = z_n^j(\omega^j)[l_n^j(\omega^j)]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^J [m_n^{k,j}(\omega^j)]^{\gamma_n^{k,j}}$

$$q_n^j(\omega^j) = z_n^j(\omega^j)\left[\frac{\lambda \cdot \gamma_n^j \cdot q_n^j(w^j)}{W_n}\right]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}\left[\frac{\lambda \cdot \gamma_n^{k,j} \cdot q_n^j(w^j)}{P_n^k}\right]^{\gamma_n^{k,j}}$$

$$1 = z_n^j(\omega^j) \cdot \lambda \cdot \left[\frac{\gamma_n^j}{W_n}\right]^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^{J}\left[\frac{\gamma_n^{k,j}}{P_n^k}\right]^{\gamma_n^{k,j}}$$

可得: $\lambda = \frac{1}{z_n^j}\left(\frac{w_n}{\gamma_n^j}\right)^{\gamma_n^j} \cdot \prod_{k=1}^J \left(\frac{P_n^k}{\gamma_n^{k,j}}\right)^{\gamma_n^{k,j}}$

将$L_n^j(w^j)$T和$m_n^{k,j}(\omega^j)$代入TC: $\mathrm{TC} = \sum_{k=1}^J P_n^k \cdot \frac{\lambda \cdot \gamma_n^{k,j} \cdot q_n^j(w^j)}{P_n^k} + w_n \cdot \frac{\lambda \cdot \gamma_n^j \cdot q_n^j(w^j)}{W_n}$

- 由于市场规模不变且完全竞争，所以总收入TR=总成本TC

$$\text{即利润}\pi = P \cdot Q - TC = P_n^j \cdot q_n^j - \lambda \cdot q_n^j = 0$$

$$\text{代入得出}P_n^j = \gamma_n^j \cdot \frac{(w_n)^{\gamma_n^j}}{z_n^j} \cdot \prod_{k=1}^J (P_n^k)^{\gamma_n^{k,j}}$$

$$\text{又因为}P_n^j(\omega^j) = \frac{c_n^j}{z_n^j(\omega^j)}\text{，所以}c_n^j = \gamma_n^j w_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^J [P_n^k]^{\gamma_n^{k,j}}$$

复合中间品厂商——组合中间品的单价推导过程

- 目标函数：$\max\pi = P_n^j \cdot Q_n^j - \int_0^1 p_n^j(\omega^j) \cdot r_n^j(\omega^j)\, d\omega^j$

$$s.t.\ Q_n^j = \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)}$$

$$\max\pi = P_n^j \cdot \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)} - \int_0^1 p_n^j(\omega^j) \cdot r_n^j(\omega^j)\, d\omega^j$$

- F.O.C：

$$\frac{\partial \pi}{\partial r_n^j(\omega^j)} = 0$$

$$\sigma^j/(\sigma^j-1) \cdot P_n^j \cdot \left[\int r_n^j(\omega^j)^{1-1/\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)} \cdot r_n^j(\omega^j)^{-1/\sigma^j} = p_n^j(\omega^j)$$

得$r_n^j(\omega^j) = \left(\frac{p_n^j(\omega^j)}{P_n^j}\right)^{-\sigma^j} \cdot Q_n^j$

复合中间品厂商——组合中间品的单价推导过程

由上式可得：$P_n^{j^{-\sigma^j}} = r_n^j(\omega^j)^{-1} \cdot p_n^j(\omega^j)^{-\sigma^j} \cdot Q_n^j$

$$= p_n^j(\omega^j)^{-\sigma^j} \cdot [r_n^j(\omega^j)^{(1-\sigma^j)/\sigma^j} \cdot \int r_n^j(\omega^j)^{(\sigma^j-1)/\sigma^j} d\omega^j]^{\sigma^j/(\sigma^j-1)}$$

$$P_n^j = [\int p_n^j(\omega^j)^{1-\sigma^j} d\omega^j]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$

模型构建推导附录——经济总和

生产率(z_n^j)服从Frechet极值分布：1、企业偏好采用最先进的技术;2、生产率较高的企业更容易进入出口市场

$$G_{ni}(p) = \Pr\left[P_{ni}^j(\omega^j) \le p\right]$$
$$= 1 - \Pr\left(P_{ni}^j(\omega^j) > p\right)$$
$$= 1 - \Pr\left(P_{n1}^j(\omega^j) > p, P_{n2}^j(\omega^j) > p, \dots\dots\right)$$
$$= 1 - \prod_{i=1}^{N} Pr\left(P_{ni}^j(\omega^j) > p\right)$$
$$= 1 - \prod_{i=1}^{N} \left[1 - \Pr\left(P_{ni}^j(\omega^j) \le p\right)\right]$$
$$= 1 - \prod_{i=1}^{N} \left[1 - \Pr\left(\frac{C_i^j k_{ni}}{z_n^j(\omega^j)} \le p\right)\right]$$
$$= 1 - e^{-p\theta^j} \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^j \left(C_i^j k_{ni}\right)^{-\theta^j}$$
$$= 1 - e^{-\Phi n^j p\theta^j}$$

$$P_n^j = \left[\int_{u^j} P_n^j(\omega^j)^{1-\sigma^j}\ d\omega^j\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$
$$= \left[\int P^{1-\sigma^j}\ dG_n^j(p)\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$
$$= \left[\int P^{1-\sigma^j}\ d\left(1 - e^{-\Phi_n^j p^{\theta^j}}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$
$$= \left[\left(\frac{1}{\Phi_n^j}\right)^{\frac{1-\sigma^j}{\sigma^j}} \int \left(\Phi_n^j p^{\theta^j}\right)^{\frac{1-\sigma^j+\theta^j}{\theta^j}-1} e^{-\Phi_n^j p^{\theta^j}}\ d\left(\Phi_n^j \theta^j p^{\theta^j}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$$

令$A^j = \left[\int \left(\Phi_n^j p^{\theta^j}\right)^{\frac{1-\sigma^j+\theta^j}{\theta^j}-1} e^{-\Phi_n^j p^{\theta^j}}\ d\left(\Phi_n^j \theta^j p^{\theta^j}\right)\right]^{\frac{1}{1-\sigma^j}}$

则$P_n^j = A_j\left[\sum_{i=1}^{N} \lambda_i^j \left(c_i^j k_{ni}^j\right)^{-\theta_j}\right]^{-1/\theta_j}$

模型构建推导附录——经济总和

国家n在J商品上的总支出——$X_n^j = P_n^j Q_n^j$

支出份额（n国从i国进口的j商品的份额）——$\pi_{ni}^j = X_{ni}^j / X_n^j$

又因为中间品基于最低价原则进口，又由于中间品的价格分布，服从极值分布（前面复合中间品厂商已证明），

可得$\pi_{ni}^j = \dfrac{\lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}^j\right]^{-\theta j}}{\sum_{h=1}^{N} \lambda_h^i \left[c_h^j k_{nh}^j\right]^{-\theta j}}$ $(EK$模型2002)

$$\pi_{ni}^j = \Pr P_{(ni) \le \min\{p_{ns}^j\}, s \ne i}$$

$$= \int \Pr\left(p \le \min\{p_{ns}^j\}, s \ne i \mid P = P_{ni}\right) f_{ni}(p)\, dp$$

$$= \int \Pr\left(p \le \min\{p_{ns}^j\}, s \ne i\right) dG_{ni}^j(p)$$

$$= \int \Pr\left(p_{h1}^j \ge p,\ p_{n2}^j \ge p,\ \ldots, s \ne i\right) dG_{ni}^j(p)$$

$$= \int \prod_{s \ne i} Pr\left(P_{ns}^j \ge p\right) dG_{ni}^j(p)$$

$$= \int \prod_{s \ne i} \left\{1 - \Pr\left(P_{ns}^j < p\right)\right\} dG_{ni}^j(p)$$

$$= \int \prod_{s \ne i} e^{-\lambda_s^j \left[c_s^j k_{ns}^j\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j}}\, d\left(1 - e^{-\lambda_i \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j}}\right)$$

$$= \int \prod_{s \ne i} e^{-\lambda_s^j \left[c_s^j k_{ns}^j\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j}}\ \lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}^j\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j - 1}\, \theta^j e^{-\lambda_i \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j}}\, dp$$

$$= \lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j} \int e^{-\Sigma \lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j} p^{\theta^j}}\, dp^{\theta^j}$$

$$= \frac{\lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j}}{\Sigma \lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j}} = \frac{\lambda_i^j \left[c_i^j k_{ni}^j\right]^{-\theta j}}{\Sigma_{h=1}^{N} \lambda_h^i \left[c_h^j k_{nh}^j\right]^{-\theta j}}$$

模型构建推导附录——市场均衡

市场最终实现产品市场、劳动市场出清，共有6个参数需要估计：

α_n^j、γ_n^j、$\gamma_n^{k,j}$、λ_i^j、$d_{ni}^j(-k_{ni}^j)$、θ^j

$$c_n^j = \Upsilon_n^j \omega_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} P_n^{k\,\gamma_n^{kj}}$$

$$P_n^j = A_j \left[\sum_{i=1}^{N} \lambda_i^j \left(c_i^j k_{ni}^j \right)^{-\theta_j} \right]^{-1/\theta_j}$$

$$\pi_{ni}^j = \frac{\chi_i^j \left[c_i^j k_{ni}^j \right]^{-\theta_j}}{\sum_{h=1}^{N} \chi_h^j \left[c_h^j k_{nh}^j \right]^{-\theta_j}}$$

$$x_n^j = \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum_{i=1}^{N} X_i^k \frac{\pi_{in}^k}{1+\tau_{in}^k} + \alpha_n^j I_n$$

$$\sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} X_i^j \frac{\pi_{ni}^j}{1+\tau_{ni}^j} - D_n = \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} X_i^j \frac{\pi_{in}^j}{1+\tau_{in}^j}$$

模型构建推导附录——市场均衡

相对变化下的均衡——贸易模型中反事实分析方法：exact hat algebra，减少参数数量α_n^j、γ_n^j、$\gamma_n^{k,j}$、θ^j

不是求某个关税政策下的均衡，而是求从政策A转变到政策B后，工资和价格的变化。可以将模型与基准年的数据精确匹配，估计纯关税变化对均衡的影响，不用估计模型中难以识别的参数，如生产率（λ）、冰山成本（d）等。

$$\hat{x} = \frac{x'}{x}$$

$$\hat{c}_n^j = \hat{\omega}_n^{\gamma_n^j} \prod_{k=1}^{J} \hat{P}_n^{k\,\gamma_n^{kj}}$$

$$\hat{\pi}_{ni}^j = \frac{\left[\hat{c}_i^j \hat{k}_{ni}^j\right]^{-\theta_j}}{\left[\hat{P}_n^j\right]^{-\theta_j}}$$

$$X_n^{j\prime} = \sum_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{k\prime}}{1+\tau_{in}^{k\prime}} X_i^{k\prime} + \alpha_n^j I_n'$$

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{ni}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j\prime}} X_i^{j\prime} - D_n = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{j\prime}}{1+\tau_{in}^{j\prime}} X_i^{j\prime}$$

$$\widehat{k_{ni}^j} = \frac{1+\tau_{ni}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j}}，且$$

$$I_n' = \widehat{\omega_n}\omega_n L_n + \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} \tau_{ni}^{j\prime} \frac{\pi_{ij}^{j\prime}}{1+\tau_{ni}^{j\prime}} X_i^{j\prime} + D_n$$

参数估计推导附录

由模型构建可知$\pi_{ni}^j=\frac{X_{ni}^j}{X_n^j}=\frac{\lambda_i^j\left[c_i^j k_{ni}\right]^{-\theta^j}}{\sum_{h=1}^{\infty}\lambda_h^j\left[c_h^j k_{nh}\right]^{-\theta^j}}$ —— （1）

将(1)代入得

$$\frac{X_{ni}^jX_{ih}^jX_{hn}^j}{X_{nh}^jX_{hi}^jX_{in}^j}=\frac{\pi_{ni}^jX_n^j\pi_{ih}^jX_i^j\pi_{hn}^jX_h^j}{\pi_{nh}^jX_n^j\pi_{hi}^jX_h^j\pi_{in}^jX_i^j}=\frac{\pi_{ni}^j\pi_{ih}^j\pi_{hn}^j}{\pi_{nh}^j\pi_{hi}^j\pi_{in}^j}$$

$$=\frac{\lambda_i^j\left[c_i^jk_{ni}\right]^{-\theta^j}}{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{nm}\right]^{-\theta^j}}\frac{\lambda_h^j\left[c_h^jk_{ih}\right]^{-\theta^j}}{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{im}\right]^{-\theta^j}}\frac{\lambda_n^j\left[c_n^jk_{hn}\right]^{-\theta^j}}{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{nm}\right]^{-\theta^j}}\frac{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{nm}\right]^{-\theta^j}}{\lambda_h^j\left[c_h^jk_{nh}\right]^{-\theta^j}}\frac{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{hm}\right]^{-\theta^j}}{\lambda_i^j\left[c_i^jk_{hi}\right]^{-\theta^j}}\frac{\sum_{m=1}^{\infty}\lambda_m^j\left[c_m^jk_{im}\right]^{-\theta^j}}{\lambda_n^j\left[c_n^jk_{in}\right]^{-\theta^j}}$$

$$=\frac{\lambda_i^j\left[c_i^jk_{ni}\right]^{-\theta^j}\lambda_h^j\left[c_h^jk_{ih}\right]^{-\theta^j}\lambda_n^j\left[c_n^jk_{hn}\right]^{-\theta^j}}{\lambda_h^j\left[c_h^jk_{nh}\right]^{-\theta^j}\lambda_i^j\left[c_i^jk_{hi}\right]^{-\theta^j}\lambda_n^j\left[c_n^jk_{in}\right]^{-\theta^j}}=\left(\frac{k_{ni}^jk_{ih}^jk_{hn}^j}{k_{in}^jk_{hi}^jk_{nh}^j}\right)^{-\theta^j}$$

得到$\frac{X_{ni}^jX_{ih}^jX_{hn}^j}{X_{nh}^jX_{hi}^jX_{in}^j}=\left(\frac{k_{ni}^jk_{ih}^jk_{hn}^j}{k_{in}^jk_{hi}^jk_{nh}^j}\right)^{-\theta^j}$

又因为$k_{ni}^j=\tilde{\tau}_{ni}^jd_{ni}^j$

转化为对数$\ln k_{ni}^j=\ln\tilde{\tau}_{ni}^j+\ln d_{ni}^j=\ln\tilde{\tau}_{ni}^j+\nu_{ni}^j+\mu_n^j+\delta_i^j+\epsilon_{ni}^j$（$\ln d_{ni}^j$可以建模为线性函数；$\nu_{ni}^j=\nu_{in}^j$为对称的双边贸易成本；$\mu_n^j$为进口商行业固定效应，例如非关税壁垒；$\delta_i^j$为出口商行业固定效应）

可得$\ln\left(\frac{X_{ni}^jX_{ih}^jX_{hn}^j}{X_{hn}^jX_{hi}^jX_{nh}^j}\right)=-\theta^j\ln\left(\frac{\tilde{\tau}_{ni}^j\tilde{\tau}_{ih}^j\tilde{\tau}_{hn}^j}{\tilde{\tau}_{in}^j\tilde{\tau}_{hi}^j\tilde{\tau}_{nh}^j}\right)+\widetilde{\epsilon^j}$（双边贸易与进口关税的关系）

其中$\widetilde{\epsilon^j}=\epsilon_{im}^j-\epsilon_{ni}^j+\epsilon_{hi}^j-\epsilon_{ih}^j+\epsilon_{nh}^j-\epsilon_{hn}^j$

均衡求解推导附录

- Step 1: Guess a vecto r of wages $\hat{\mathbf{w}} = (\hat{w}\ _1, ..., \hat{w}\ \ _N$
- Step 2: Use equilibriu m conditions (1 0) and (11)每个部门和每个国家的工资水平ˆ $\hat{p}_n^j$ $(\hat{\mathbf{w}})$ and input cost s, $\hat{c}_n^j$ $(\hat{\mathbf{w}})$ consist en t with th
- 第三步：将π jni和θ j上的信息与第二步中pˆjn（wˆ）和cˆjn（wˆ）的解结合起来，利用（12）求解π jn0i（wˆ）。
- 第四步：给定第三步中的π jn0i（wˆ），新的工资向量T0，以及√jn、√jn；k和α jn的数据，求解每个部门j和国家n的总支出Xjn0（wˆ），使其与工资向量wˆ一致，具体如下。注意根据公式（13），反事实情景下的总支出由以下给出。

$$X_n^{j\prime} = \sum\nolimits_{k=1}^{J} \gamma_n^{j,k} \sum\nolimits_{i=1}^{N} \frac{\pi_{in}^{k\prime}(\hat{\mathbf{w}})}{1+\tau_{in}^{k\prime}} X_i^{k\prime} + \alpha_n^j (\hat{w}_n w_n L_n + \sum\nolimits_{j=1}^{J} \sum\nolimits_{i=1}^{N} \tau_{ni}^{j\prime} M_{ni}^{j\prime}(\hat{\mathbf{w}}) + D_n'). \qquad (31)$$

Equation (31) is a system of $J \times N$ equations in $J \times N$ total expenditures. Notice that if $\tau' = \tau$, and D0n = Dn wˆ = 1和Xjn0 (1) = Xn。为了方便，可以将方程组改写成矩阵形式：

$$\mathbf{\Omega}(\hat{\mathbf{w}})\,\mathbf{X} = \mathbf{\Delta}(\hat{\mathbf{w}}),$$

其中，X是每个部门和国家的支出向量，△（wˆ）是包含每个部门和国家在0nal需求、增加值和各国总贸易出口中所占份额的向量。具体来说，

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} X_1^{1\prime} \\ \vdots \\ X_1^{J\prime} \\ \vdots \\ X_n^{1\prime} \\ \vdots \\ X_N^{J\prime} \end{pmatrix}_{JN\times 1}; \quad \mathbf{\Delta}(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{pmatrix} \alpha_1^1(\hat{w}_1 w_1 L_1 + D_1') \\ \vdots \\ \alpha_1^J(\hat{w}_1 w_1 L_1 + D_1') \\ \vdots \\ \alpha_N^1(\hat{w}_N w_N L_N + D_N') \\ \vdots \\ \alpha_N^J(\hat{w}_N w_N L_N + D_N') \end{pmatrix}_{JN\times 1}.$$

均衡求解推导附录

矩阵Ω（w^）是一个维度为JN×JN的方阵。Ω（w^）捕捉了某一部门和国家的关税变化如何影响经济中所有其他部门乃至全球支出的一般均衡效应。Ω（w^）通过添加三个方阵I、z（w^）和~H（w^）构建而成。矩阵I是维度为JN×JN的单位矩阵。方阵z（w^）使用以下向量构建，

$$A_n = \begin{pmatrix} \alpha_n^1 \\ \vdots \\ \alpha_n^J \end{pmatrix}_{J\times 1}, \tilde{F}_n'(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{pmatrix} \left(1 - F_n^{1'}(\hat{\mathbf{w}})\right) & \cdots & \left(1 - F_n^{J'}(\hat{\mathbf{w}})\right) \end{pmatrix}_{1\times J},$$

where $F_n^{j'}(\hat{\mathbf{w}}) = \sum_{i=1}^{N} \frac{\pi_{ni}^{j'}(\hat{\mathbf{w}})}{1+\tau_{ni}^{j'}}$. Then the matrix $\digamma(\hat{\mathbf{w}})$ is defined as

$$\digamma(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{pmatrix} A_1 \otimes \tilde{F}_1'(\hat{\mathbf{w}}) & 0_{J\times J} & \cdots & 0_{J\times J} & 0_{J\times J} \\ 0_{J\times J} & A_2 \otimes \tilde{F}_2'(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \vdots & \vdots \\ 0_{J\times J} & 0_{J\times J} & \ddots & 0_{J\times J} & 0_{J\times J} \end{pmatrix}.$$

0j..×j 0j..×j...an—1∞0j F ONJ-1（w^）AN $\times$ $0_{J\times J}$ $\otimes \tilde{F}_N'(\hat{\mathbf{w}})$ $_{JN\times JN}$

均衡求解推导附录

方阵~H（w^）由下式给出：

$$\tilde{H}(\hat{\mathbf{w}}) = \begin{pmatrix} \gamma_1^{1,1}\tilde{\pi}_{1,1}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{1,J}\tilde{\pi}_{1,1}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{1,1}\tilde{\pi}_{N,1}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{1,J}\tilde{\pi}_{N,1}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_1^{J,1}\tilde{\pi}_{1,1}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{J,J}\tilde{\pi}_{1,1}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{J,1}\tilde{\pi}_{N,1}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_1^{J,J}\tilde{\pi}_{N,1}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N^{1,1}\tilde{\pi}_{1,N}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{1,J}\tilde{\pi}_{1,N}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{1,1}\tilde{\pi}_{N,N}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{1,J}\tilde{\pi}_{N,N}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \gamma_N^{J,1}\tilde{\pi}_{1,N}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{J,J}\tilde{\pi}_{1,N}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{J,1}\tilde{\pi}_{N,N}^{1\prime}(\hat{\mathbf{w}}) & \cdots & \gamma_N^{J,J}\tilde{\pi}_{N,N}^{J\prime}(\hat{\mathbf{w}}) \end{pmatrix}_{JN\times JN},$$

where $\tilde{\pi}_{in}^{k\prime}(\hat{\mathbf{w}}) = \frac{\pi_{in}^{k\prime}(\hat{\mathbf{w}})}{1+\tau_{in}^{k\prime}}$. Finally, $\mathbf{\Omega}(\hat{\mathbf{w}}) = I - F(\hat{\mathbf{w}}) - \tilde{H}(\hat{\mathbf{w}})$. The interactions presented in $\mathbf{\Omega}(\hat{\mathbf{w}})$ are 与单部门模型和没有投入产出联系的多部门模型相比，关键差异在于：例如，在√jn；j=1—√jn的特殊情况下，税收不会出现在Ω（w^）中，每个国家的支出可以独立于其他国家的支出来解决。对于只有一个部门的情况，Ω（w^）会简化为一个标量，如阿尔瓦雷斯和卢卡斯（2007）以及伊顿和科尔图姆（2002）所述。在没有税收和外生部门产出的两部门模型中，如德克勒、伊顿和科尔图姆（2008）所述，Ω（w^）仅依赖于技术和偏好参数（√；α）。我们通过求解矩阵Ω（w^）的逆来得到向量X（w^）。

均衡求解推导附录

$$\mathbf{X}(\hat{\mathbf{w}}) = \mathbf{\Omega}^{-1}(\hat{\mathbf{w}})\,\mathbf{\Delta}(\hat{\mathbf{w}})\,.$$

用Xjn0（w^）表示向量X（w^）的第j个元素（即第n个国家在第j个部门的支出）。这一表达式对于求解一般均衡至关重要，因为它使我们能够将所有均衡条件表示为一个未知向量的函数，即要素价格向量w^。

- 步骤5：将πj0in（w^）、X（w^）、T0和D0n代入（14）式，得到：

$$\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\frac{\pi_{ni}^{j\prime}(\hat{\mathbf{w}})}{1+\tau_{ni}^{j\prime}}X_{n}^{j\prime}(\hat{\mathbf{w}}) - D_{n}^{\prime} = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\frac{\pi_{in}^{j\prime}(\hat{\mathbf{w}})}{1+\tau_{in}^{j\prime}}X_{i}^{j\prime}(\hat{\mathbf{w}})\,. \qquad (32)$$

请注意，我们刚刚将均衡条件系统（10到13）简化为一个N个方程（每个国家一个贸易平衡）和N个未知数（每个国家一个工资）。

- 第六步：验证（32）是否成立。如果不成立，我们调整对w^的猜测，然后再次进行第一步，直到得到平衡条件（32）。

附录推导实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

由上节：

$$\widehat{c_{nj}} = \widehat{w_n^{\gamma_n^j}} \prod_{k=1}^{J} \widehat{P_{nk}^k w_n^{\kappa_{nj}}}$$

(10)单位成本变化

$$\widehat{\pi_{nij}} = \left[\frac{\widehat{c_{nij}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j}$$

(12)国家 n 在行业 j 对国家I

贸易份额变化

$$\widehat{\pi_{nn}^j} = \left[\frac{\widehat{c_{nnj}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j} = \left[\frac{\widehat{w_n^{\gamma_n^j}} \prod_{k=1}^{J} \widehat{P_{nk}^k w_n^{\kappa_{nj}}}}{\widehat{P_{nj}}}\right]^{-\theta_j}$$

国家 n 在行业 j 对自身的贸易

份额变化，代入$\widehat{c_{nj}}$

求对数并化简

$$\ln \widehat{\pi_{nn}^j} = -\theta_j \left[\gamma_n^j \ln \widehat{w_n} + \sum_{k=1}^{J} \left(\theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^k} + \kappa_{nj} \ln \widehat{w_n}\right) - \ln \widehat{P_{nj}}\right]$$

$$= -\theta_j \left[\left(\gamma_n^j + \kappa_{nj}\right) \ln \widehat{w_n} + \sum_{k=1}^{J} \theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^k} - \ln \widehat{P_{nj}}\right]$$

附录推导实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

$\sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \ln \widehat{\pi_{nn}^j} = \sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \left[-\theta_j\left(\gamma_n^j + \kappa_{nj}\right) \ln \widehat{w_n} - \theta_j \sum_{k=1}^{J} \theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^k} + \theta_j \ln \widehat{P_{nj}}\right]$

乘以消费份额α_n^j并加总

整理可得：

$$\ln \widehat{w_n} = -\frac{1}{\sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \theta_j\left(\gamma_n^j + \kappa_{nj}\right)}\left(\sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \ln \widehat{\pi_{nn}^j} + \sum_{j=1}^{J}\sum_{k=1}^{J} \alpha_n^j \theta_j \theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^k} - \sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \theta_j \ln \widehat{P_{nj}}\right)$$

又: $P_n = \Pi_j \left(P_n^j\right)^{\alpha_n^j}$ （5）价格指数

$\ln \widehat{P_n} = \sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \ln \widehat{P_{nj}}$ 取对数

附录推导实际工资变化——用工资变化/综合价格变化衡量

整理可得：

$$\ln \frac{\widehat{W_n}}{\widehat{P_n}} = -\sum_{j=1}^{J} \alpha_n^j \left(\frac{\gamma_n+\left(1-\gamma_n^j\right)}{\gamma_n \theta_j}\right) \ln \widehat{\pi_{nn}^j} - \sum_{j=1}^{J} \frac{\alpha_n^j}{\gamma_n}\left(\sum_{k=1}^{J} \theta_k^j \ln \widehat{P_{nk}^k} + \kappa_{nj} \ln \widehat{W_n}\right)$$

$$= -\underbrace{\sum_{j=1}^{J} \frac{\alpha_n^j}{\theta_j} \ln \widehat{\pi_{nn}^j}}_{\text{Final goods}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{J} \frac{\alpha_n^j}{\theta_j} \frac{1-\gamma_n^j}{\gamma_n} \ln \widehat{\pi_{nn}^j}}_{\text{Intermediate goods}} - \underbrace{\sum_{j=1}^{J} \frac{\alpha_n^j}{\gamma_n} \ln \prod_{k=1}^{J} \left(\widehat{P_{nk}^k}\right)^{\theta_k^j} \left(\widehat{W_n^{\gamma_n^k}}\right)^{\kappa_{nj}}}_{\text{Sectoral linkages}} \qquad (15)$$

附录推导福利变化——用消费者收入/消费价格指数衡量

$$W_n = \frac{I_n}{P_n} = \frac{w_n L_n}{P_n} + \frac{R_n}{P_n} + \frac{D_n}{P_n}$$ 福利定义

其中， $R_n = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\frac{\tau_{ni}^j M_{ni}^j}{P_n}$， 并假设： dDn=0， $d\ln\kappa_{ni}^j = d\ln\tau_{ni}^j$

$$\Rightarrow d\ln W_n = \frac{w_n L_n}{I_n} d\ln w_n + \frac{R_n}{I_n} d\ln R_n - d\ln P_n$$ 取对数

$$dR_n = \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\tau_{ni}^j M_{ni}^j d\ln M_{ni}^j + \sum_{j=1}^{J} X_n^j \sum_{i=1}^{N}\tau_{ni}^j d\ln\tau_{ni}^j$$

$$d\ln P_n = \sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j d\ln P_n^j = \sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j \sum_{i=1}^{N}\pi_{ni}^j\left(d\ln c_i^j + d\ln\tau_{ni}^j\right)$$

$$d\ln w_n = \frac{1}{\gamma_n} d\ln c_n^j - \sum_{k=1}^{J^k}\frac{\gamma_n^{kj}}{\gamma_n} d\ln P_n^k$$

附录推导福利变化——用消费者收入/消费价格指数衡量

$$d\ln W_n$$

$$= \frac{w_n L_n}{I_n} d\ln w_n + \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\tau_{ni}^j M_{ni}^j d\ln M_{ni}^j + \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N} X_n^j \tau_{ni}^j d\ln \tau_{ni}^j - \sum_{j=1}^{J}\alpha_n^j \sum_{i=1}^{N}\pi_{ni}^j \left(d\ln c_i^j + d\ln \tau_{ni}^j\right)$$

$\sum_{i=1}^{N} E_{ni}^j d\ln c_n^j$ 中间品市场清算条件

$$d\ln W_n$$

$$= \frac{w_n L_n}{I_n} d\ln w_n + \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\tau_{ni}^j M_{ni}^j d\ln M_{ni}^j - \sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\pi_{ni}^j \left(d\ln c_i^j + \sum_{k=1}^{J^k}\gamma_n^{kj} d\ln P_n^k\right)$$

$$+ \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\left(E_{ni}^j d\ln c_n^j - M_{ni}^j d\ln c_i^j\right) + \frac{1}{I_n}\sum_{j=1}^{J}\sum_{i=1}^{N}\left(E_{ni}^j d\ln c_n^j - M_{ni}^j d\ln c_i^j\right)$$

附录推导福利变化——用消费者收入/消费价格指数衡量

$$
\begin{aligned}
& d \ln W_n \\
& = \frac{w_n L_n}{I_n} d \ln w_n + \frac{1}{I_n} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \tau_{ni}^j M_{ni}^j \left(d \ln M_{ni}^j - d \ln c_i^j \right) - \frac{1}{I_n} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \left(\pi_{ni}^j d \ln c_i^j - \sum_{k=1}^{J^k} \gamma_n^{kj} d \ln P_n^k \right) \\
& + \frac{1}{I_n} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \left(E_{ni}^j d \ln c_n^j - M_{ni}^j d \ln c_i^j \right)
\end{aligned}
$$

$$
d \ln W_n = \frac{1}{I_n} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \left(E_{ni}^j d \ln c_n^j - M_{ni}^j d \ln c_i^j \right) + \frac{1}{I_n} \sum_{j=1}^{J} \sum_{i=1}^{N} \tau_{ni}^j M_{ni}^j \left(d \ln M_{ni}^j - d \ln c_i^j \right)
$$