

震度のリアルタイム演算に用いられる 近似フィルタの改良

独立行政法人防災科学技術研究所* 功刀 卓・青井 真・中村 洋光
鈴木 亘・森川 信之・藤原 広行

An Improved Approximating Filter for Real-Time Calculation of Seismic Intensity

Takashi KUNUGI, Shin AOI, Hiromitsu NAKAMURA, Wataru SUZUKI,
Nobuyuki MORIKAWA and Hiroyuki FUJIWARA

National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention,
3-1 Tennodai, Tsukuba, Ibaraki 305-0006, Japan

(Received April 13, 2012; Accepted October 5, 2012)

We present an improved implementation of the approximating filter for real-time seismic intensity calculations proposed in previous work. As earthquake early warning (EEW) systems become ever more widely used, the current method of computing a JMA (Japan Meteorological Agency) seismic intensity shows a serious problem since it introduces a time delay resulting from frequency domain filtering. In order to improve this method to permit real-time calculations suitable for EEW systems, we have proposed a real-time seismic intensity computed using an approximating filter in the time domain. For a simple computing system such as a strong-motion seismograph, it is straightforward to calculate the real-time seismic intensity because the approximating filter consists of only four first-order filters and one second-order filter. Based on testing using K-NET and KiK-net strong-motion seismographs, we have found that a strong-motion seismograph has enough computational capacity to undertake more sophisticated filtering. Here, we develop an approximating filter consisting of six second-order filters applied in the time domain for accurate real-time seismic intensity calculation. The relationship between the JMA seismic intensity and the real-time seismic intensity calculated using the improved approximating filter is examined using a large number of strong motion records. The results show that the differences between the JMA seismic intensities and the real-time seismic intensities are less than 0.1 for 99% of all records. Although the improved filter requires twice as much computation power as the previous approximating filter, it is suitable for EEW systems that require more accurate real-time calculations of seismic intensity.

Key words: Real-time calculation of seismic intensity, Earthquake early warning, Digital filter

§1. はじめに

計測震度は、現在最も広く認知されている強震動指標であるが、演算に周波数領域のフィルタ処理を必要とすることから速報性が求められる用途には適していない。これを解決するため、功刀・他(2008)は、周波数領域でのフィルタ演算を時間領域の近似フィルタで代用することによる、震度のリアルタイム演算法(実時間で近似値を得る方法)を提案した。防災科学技術研究所では、

K-NET・KiK-net 強震計にこの演算機能を組み込んで運用しており[功刀・他(2009)]、その演算結果は「強震モニタ」等を通じて広く一般に公開されている[青井・他(2011)]。さらには、震度分布を用いた巨大地震発生判定法などの新しい地震警報手法への応用も検討されている。功刀・他(2008)では、強震計内でも計算が実行可能なように、実用的な精度を持つ範囲で可能な限り少ないフィルタ段数(1次4段, 2次1段)からなる近似フィルタを構成している。しかしながらK-NET・KiK-net 強震計の稼働状況を検討したところ、フィルタ演算の負

* 〒305-0006 茨城県つくば市天王台 3-1

荷の割合は小さく、近似を高めたより段数の多いフィルタを用いた演算が可能になったことが明らかになった。これを

受けて、震度のリアルタイム演算法の精度を高めるために近似フィルタの改良を行ったので報告する。

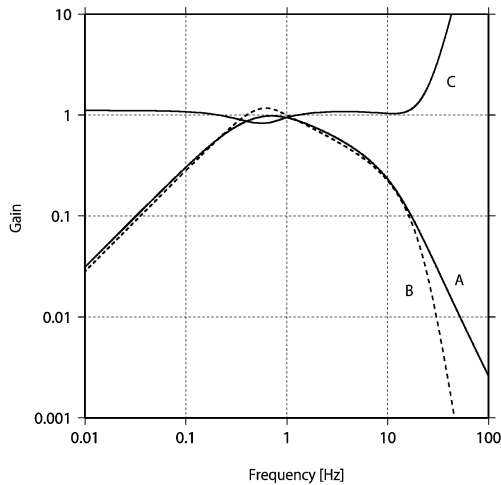


Fig. 1. Filter responses in the frequency domain for the filter defined in our previous publication (2008 filter; solid line A) [Kunugi *et al.* (2008)], the Japan Meteorological Agency filter (JMA filter; broken line B) [Japan Meteorological Agency (1996)], and the response ratio of the 2008 filter to the JMA filter (solid line C).

§2. 近似フィルタの改良

Fig. 1の実線 A は功刀・他(2008)で構成したフィルタ(以下、2008 フィルタと言う)の振幅周波数特性を、破線 B は気象庁告示 [気象庁(1996)]に基づくフィルタ(以下、気象庁フィルタと言う)の振幅周波数特性を、実線 C は 2008 フィルタの振幅周波数特性を気象庁フィルタの振幅周波数特性で除した相対的な振幅周波数特性を、それぞれ表している。2008 フィルタは、主要な帯域(0.1~10 Hz)で気象庁フィルタとの差違が0.828 倍から1.084 倍に収まるように構成されている。これは相対的な振幅周波数特性(線 C)から読み取ることが出来る。Fig. 2a, 2b は、2008 フィルタを用いて功刀・他(2008)の方法に基づきリアルタイムで計算された震度(I_r)を気象庁震度(I_{jma})から減じたもの($\Delta I = I_{jma} - I_r$)のヒストグラムである。なお、Fig. 2b は震度4以上のデータを抽出して表示したものである。ここで使用した強震記録は、防災科学技術研究所のK-NET(1996年6月~2011年12月分, 230,017 波)とKiK-net(1997年10月~2011年12月分, 213,695 波)、気象庁の震度計・多機能型地震観測装置(1996年10月~2011年4月分, 9645 波)で得られた計453,357 波の3成分加速度記録である。

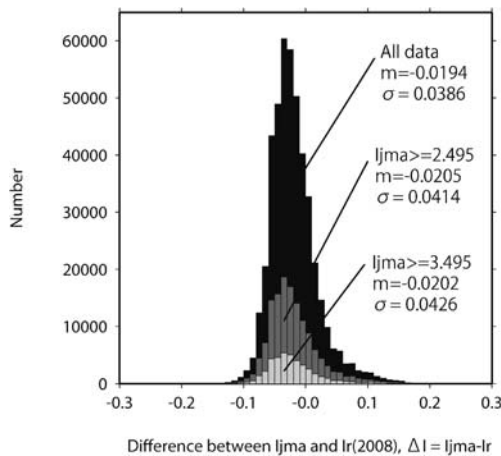


Fig. 2a. Histograms of intensity differences ($\Delta I = I_{jma} - I_r$) for the 2008 filter. The bin width is 0.01. The symbols "m" and "σ" denote the mean and standard deviation, respectively. The black bars represent all the data, the dark gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 2.495, and the light gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 3.495.

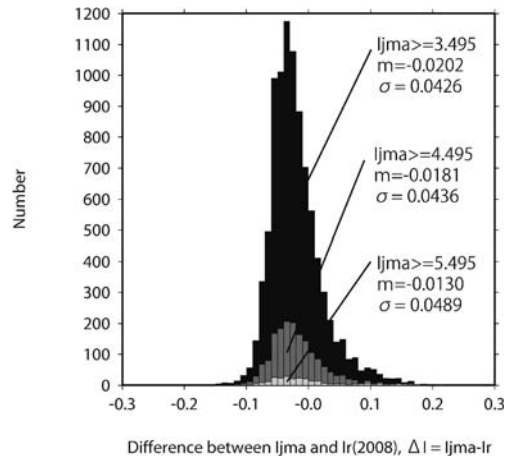


Fig. 2b. Same plot as Fig. 2a, but for only those data for which I_{jma} exceeds 3.495 (black bars), 4.495 (dark gray bars), or 5.495 (light gray bars).

Table 1. Number of records used in this study classified by strong-motion seismograph network, and for each level of JMA seismic intensity.

Network	JMA scale										Total
	0	1	2	3	4	5L	5U	6L	6U	7	
K-NET	35459	104917	64386	19833	4492	557	247	99	25	2	230017
KiK-net	100573	71993	29858	8852	1979	251	130	45	12	2	213695
JMA	19	1175	3406	3688	1026	165	112	46	8	0	9645
ALL	136051	178085	97650	32373	7497	973	489	190	45	4	453357

K-NET: Kyoshin network operated by the National Research Institute for Earth Science and Disaster Prevention (NIED). KiK-net: Kiban Kyoshin-network operated by NIED. JMA: Seismic intensity meter network operated by the JMA. ALL: Total for all three networks. 5L, 5U, 6L, and 6U denote 5 lower, 5 upper, 6 lower, and 6 upper, respectively.

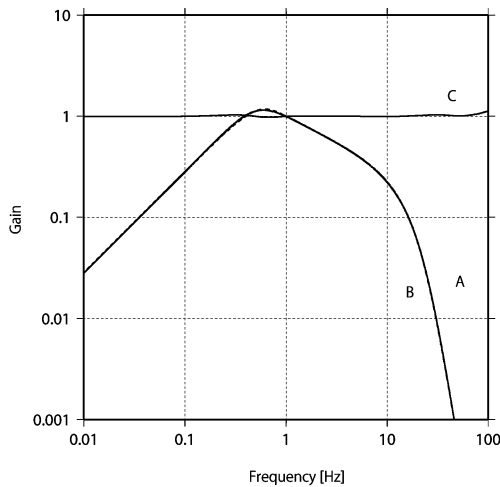


Fig. 3. Filter responses in the frequency domain for the filter proposed in this study (2012 filter, as described in the Appendix A; solid line A) and for the JMA filter (broken line B). The response ratio of the 2012 filter to the JMA filter is also shown (solid line C).

Table 1 には使用した強震記録の震度階及び観測網の内訳数を示した。なお、全データを対象とした ΔI の平均値は -0.0194 、標準偏差は 0.0386 であり、震度 4 以上 ($I_{jma} \geq 3.495$) のデータ (9198 個) を対象にすると、 ΔI の平均値は -0.0202 、標準偏差は 0.0426 である。Fig. 2a, 2b を見ると、 ΔI の分布が負側に偏っており、 I_r が全体として過大となっている事がわかる。これは 1Hz 以上で 2008 フィルタが気象庁フィルタにくらべ過大となっている事による。また、ヒストグラムの正側の裾が長いが、これは 0.5Hz 近辺が卓越する地震動の場合に I_r が

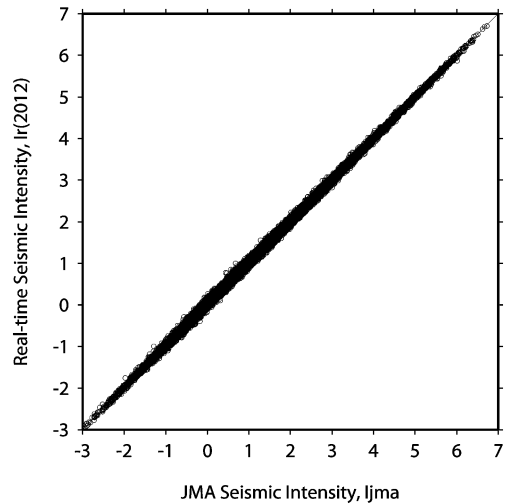


Fig. 4. Relation between the JMA seismic intensity (I_{jma}) and the real-time seismic intensity (I_r) calculated using the 2012 filter.

過小となるためである。これを改善するため、2008 フィルタに対し下記の 3 点について改良を行った。(a) 過大となっている 1Hz から 10Hz および、直流から 0.1Hz での特性を改善するためゲイン調整のパラメータを変更する。(b) 過小となっている 0.5Hz 付近の帯域での特性を改善するため補正フィルタを付加する。(c) 10Hz 以上の高周波域での特性を改善するために 2 次ローパスフィルタを 2 段追加するとともに、既存の 2 次ローパスフィルタの特性も変更する。改良されたフィルタ (以下、2012 フィルタと言う) についての詳細は Appendix A を参照されたい。Fig. 3 の実線 A は、2012 フィルタの振幅周波数特性を、破線 B は気象庁フィルタの振幅周

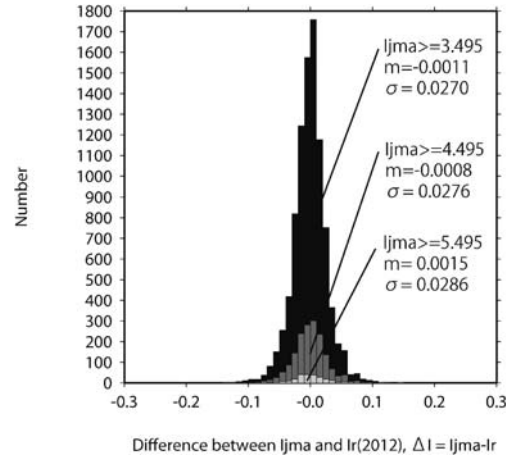
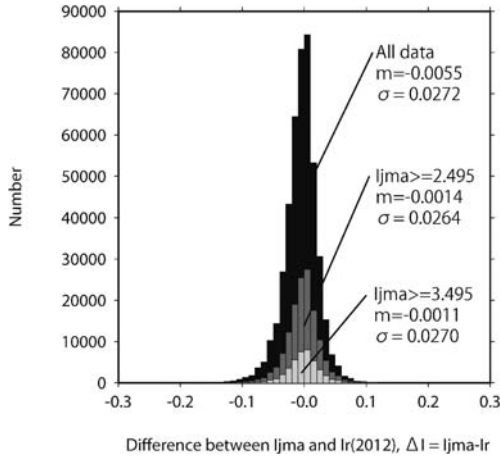


Fig. 5a. Histograms of intensity differences ($\Delta I = I_{jma} - I_r$) for the 2012 filter. The bin width is 0.01. The symbols “m” and “ σ ” denote the mean and standard deviation, respectively. The black bars represent all the data, the dark gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 2.495, and the light gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 3.495.

Fig. 5b. Same plot as Fig. 5a, but for only those data for which I_{jma} exceeds 3.495 (black bars), 4.495 (dark gray bars), or 5.495 (light gray bars).

Table 2. Number of records classified by increasing $|\Delta I|$ bin values and decreasing JMA seismic intensity threshold values. The ratios of data in each $|\Delta I|$ bin to the total number of data (last column) for each intensity interval are also shown as a percentage. $|\Delta I|$ denotes the absolute value of ΔI .

Range of I_{jma}	Range of ΔI				All range
	$ \Delta I \leq 0.05$	$ \Delta I \leq 0.10$	$ \Delta I \leq 0.15$	$ \Delta I \leq 0.20$	
$I_{jma} \geq 5.495$	221 92.47%	237 99.16%	239 100.00%	239 100.00%	239
$I_{jma} \geq 4.495$	1582 93.00%	1691 99.41%	1701 100.00%	1701 100.00%	1701
$I_{jma} \geq 3.495$	8608 93.59%	9153 99.51%	9195 99.97%	9198 100.00%	9198
All range	4222145 93.12%	450617 99.40%	453064 99.94%	453324 99.99%	453357

波数特性を、実線 C は 2012 フィルタの振幅周波数特性を気象庁フィルタの振幅周波数特性で除した相対的な振幅周波数特性を、それぞれ表している。2012 フィルタは、0.1~50 Hz の帯域で気象庁フィルタとの差違が 0.974 倍から 1.029 倍に収まっている。なお、2012 フィルタは 2 次 6 段のデジタルフィルタで表現され、2008 フィルタの 2 倍程度の演算量となる。

Fig. 4 には、2012 フィルタを用いて切刀・他 (2008) の方法に基づきリアルタイムで計算された震度 (I_r) と気象庁震度 (I_{jma}) の比較を、また、Fig. 5a, 5b には、Fig. 2a, 2b と同様に ($\Delta I = I_{jma} - I_r$) のヒストグラムを示した。全データを対象とした ΔI の平均値は -0.0055 、標準偏差は 0.0272 である。震度 4 以上 ($I_{jma} \geq 3.495$) のデータを対象にすると、 ΔI の平均値は -0.0011 、標準偏差は 0.0270

である。Fig. 5a, 5b からわかるように ΔI の分布の左右非対称性は緩和されている。2012 フィルタによる標準偏差は 2008 フィルタによる標準偏差に対し、全データを対象とした場合と震度 4 以上のデータを対象とした場合に、それぞれ 0.70 倍、0.63 倍と改善されており、近似フィルタ改良の効果が期待通りに現れている。Table 2 は、切刀・他 (2008) の Table 2 と同様に 2012 フィルタの ΔI が一定の値以内に収まるデータ数とその率を震度域に応じて計算した表である。2012 フィルタを用いた計算では、 ΔI の絶対値が 0.1 以内となる率がすべての震度域において 99% を超えているのがわかる。一方、2008 フィルタを用いた計算では ΔI の絶対値が 0.1 以内となる率は、全データで 98.03%、震度 4 以上のデータで 97.22%、震度 5 弱以上 ($I_{jma} \geq 4.495$) のデータ (1701 個) で 97.30%、震度 6 弱以上 ($I_{jma} \geq 5.495$) のデータ (239 個) で 95.82% と、99% を超えてはなかった。さらには、2012 フィルタを用いた計算では震度 5 弱以上の領域で ΔI の絶対値がすべて 0.15 以内に収まっている。通常、計測震度が 0.1 刻みの値で扱われることを考えると、2012 フィルタを用いた計算の精度は速報用途としては十分に高いといえる。

§ 3. 議 論

切刀・他 (2008) の震度のリアルタイム演算法で用いる近似フィルタは振幅周波数特性の近似度を高めること

ができて、位相特性の近似度を高めることはできない。気象庁告示により定義された気象庁フィルタは非因果な零位相特性をもつため、近似フィルタの位相特性をこれに一致させるとリアルタイム演算が不可能となるためである。したがって、近似フィルタを用いた震度のリアルタイム演算法には、近似フィルタの振幅特性を完全に一致させることができたとしても位相特性の不一致により本質的かつ不可避な誤差が存在する。この誤差の程度を見積もるための試みとして、一例ではあるが、振幅周波数特性は気象庁告示による気象庁フィルタと同一であるが、位相特性を付加したフィルタを構成し、Fig. 2a, 2b と同等のヒストグラム (Fig. 6a, 6b) を作成し結果を検討することとした。なお、ここで用いたフィルタは、気象庁フィルタの複素周波数特性を $X(2\pi f)$ とすれば、 $Y(2\pi f) = X(2\pi f) \cdot (1-i)^{2/1.2}$ という複素周波数特性を持つ (f は周波数、 i は虚数単位、 π は円周率)。このフィルタの位相特性は、半積分 (0.5 階積分) [Oldham and Spanier (2006)] と同じものに相当するため、このフィルタを半積分フィルタと称する。半積分フィルタを用いた計算では、全データを対象とした ΔI の平均値は -0.0002 、標準偏差は 0.0293 であった。ここで、半積分フィルタは振幅周波数特性に関しては気象庁フィルタと同一であるから、誤差 (ΔI) の原因はすべて位相特性の不一致に起因している。したがって、振幅周波数特性を調整することで、これ以上誤差を小さくすることは不可能であ

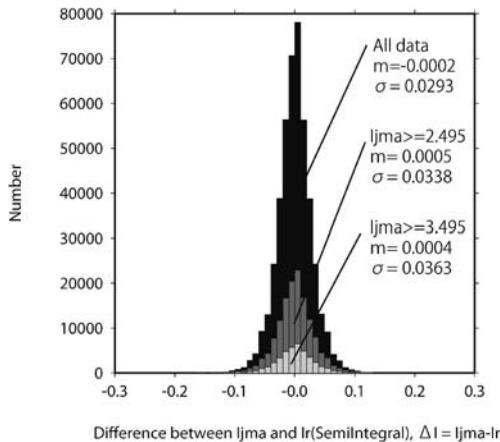


Fig. 6a. Histograms of intensity differences ($\Delta I = I_{jma} - I_r$) for the semi-integral filter, as described in this paper. The symbols “m” and “ σ ” denote the mean and standard deviation, respectively. The black bars represent all the data, the dark gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 2.495, and the light gray bars represent those data for which I_{jma} exceeds 3.495.

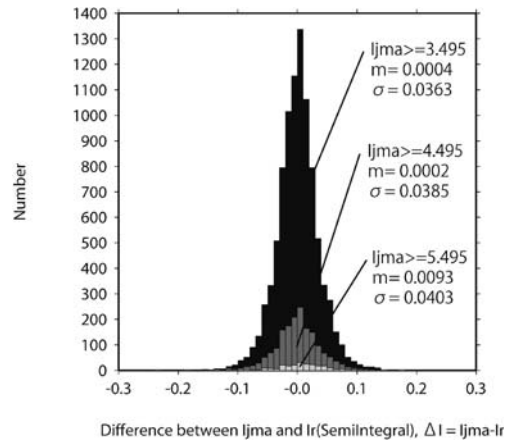


Fig. 6b. Same as Fig. 6a, but for only those data for which I_{jma} exceeds 3.495 (black bars), 4.495 (dark gray bars), or 5.495 (light gray bars).

る。一方、2012 フィルタによる誤差は標準偏差 0.0272 であり、これは半積分フィルタによる誤差とほぼ同等である。2012 フィルタは気象庁フィルタと完全に同一な振幅周波数特性ではないため、振幅周波数特性の一致を改善することにより誤差を小さくできる可能性はある。しかしながら、振幅周波数特性を調整する余地のない半積分フィルタによる誤差と 2012 フィルタによる誤差はほぼ同等である。これは、2012 フィルタに対し、振幅周波数特性の一致を改善するために、さらなるフィルタの追加やパラメータの調整を行っても、誤差を著しく小さくすることができないことを意味する。したがって、2012 フィルタは、震度のリアルタイム演算に用いる近似フィルタとしては、計算精度に関して最良に近いものであると言える。

§4. ま と め

切刀・他(2008)で提案された震度のリアルタイム演算に用いる近似フィルタを改良し、より近似精度の高いフィルタを得た。このフィルタは2次6段のデジタルフィルタで構成される。なお、気象庁告示によるフィルタは非因果な零位相特性を持つため、本稿では近似フィルタの位相特性については改良していない。防災科学技術研究所(K-NET・KiK-net)と気象庁の観測網で観測された453,357波の強震波形を対象に計算精度を検証したところ、改良されたフィルタによる誤差は、全データを対象とした平均値が-0.0055と実用上ほぼ零であり、標準偏差は0.0272であった。誤差の絶対値が0.1以内となる率は99%以上であり、速報用途としては十分に高い計算精度を持つ。また、気象庁告示によるフィルタと同一の振幅周波数特性をもち位相特性のみ異なるフィルタを利用した計算結果との比較から、今回得た近似フィルタに対して、これ以上振幅特性を改善する余地がないことが明らかになった。したがって、今回得た近似フィルタは、震度のリアルタイム演算に用いるものとしては、計算精度に関して最良に近いものであると言える。

謝 辞

本研究では、強震記録として防災科学技術研究所のK-NETとKiK-netの公開記録のほか、気象庁の震度計・多機能型地震観測装置(気象庁強震観測報告2004・2005年DVD-ROM収録分と気象庁WEBサイトにて公開分)の記録を使用しました。また、図の作成にはGMT[Wessel and Smith(1995)]を用いました。香川敬生氏ともう一人の査読者氏、および編集担当の吉田邦一氏のご意見とご指摘は本稿を改善する上で大いに役立ちました。記して感謝いたします。

文 献

- 青井 真・中村洋光・切刀 卓・鈴木 亘, 2011, 東北地方太平洋沖地震の揺れの成長と強震モニタ, 科学, **81**, 1065-1067.
- 木下繁夫, 1981, 加速度計及び速度計による強震地動の同時観測, 国立防災科学技術センター研究速報, **44**, 1-61.
- 気象庁, 1996, 震度を知る(気象庁・監修), ぎょうせい, 238 pp.
- 切刀 卓・青井 真・中村洋光・藤原広行・森川信之, 2008, 震度のリアルタイム演算法, 地震2, **60**, 243-252.
- 切刀 卓・青井 真・藤原広行, 2009, 強震観測—歴史と展望—, 地震2, **61**, S19-S34.
- Oldham, K. B. and J. Spanier, 2006, The Fractional Calculus, Dover Publications, 234 pp.
- Wessel, P. and W. H. F. Smith, 1995, New version of the generic mapping tools (GMT) version 3.0 released, EOS Trans. Am. Geophys. Union, **76**, 33, 329.

Appendix A: 近似フィルタの改良

A1. 近似フィルタ改良の概要とラプラス変換による表現

本稿中で用いた近似フィルタの改良について説明する。改良は切刀・他(2008)の近似フィルタに対し下記の3点について行った。(a)過大となっている1Hzから10Hzおよび、直流から0.1Hzでの特性を改善するためゲイン調整のパラメータを変更する。(b)過小となっている0.5Hz付近の帯域での特性を改善するため補正フィルタを付加する。(c)10Hz以上の高周波域での特性を改善するために2次ローパスフィルタを2段追加するとともに、既存の2次ローパスフィルタの特性も変更する。なお、(b)で用いた特性補正フィルタは、固有周期を同じくする2つの2次減衰振動系の比のラプラス変換表現に対し、切刀・他(2008)の2次フィルタの構成と同様に、木下(1981)の方法を適用したものである。また、切刀・他(2008)で用いた1次4段のフィルタは等価な2次2段のフィルタに変換した。上記をまとめると、総合的なフィルタは下記のラプラス変換で表される8つのフィルタ,

$$1/(\omega_0 s^{-1}+1) \quad (A1)$$

ただし, $\omega_0=2\pi f_0$

$$(\omega_1 s^{-1}+1)/(\omega_1 s^{-1}+2) \quad (A2)$$

$$(4\omega_1 s^{-1}+1)/(\omega_1 s^{-1}+8) \quad (A3)$$

$$(0.25\omega_1 s^{-1}+1)/(\omega_1 s^{-1}+0.5) \quad (A4)$$

ただし, $\omega_1=2\pi f_1$

$$(1+2h_{2a}\omega_2 s^{-1}+\omega_2^2 s^{-2})/(1+2h_{2b}\omega_2 s^{-1}+\omega_2^2 s^{-2}) \quad (A5)$$

ただし, $\omega_2=2\pi f_2$

$$\omega_3^2 s^{-2}/(1+2h_3 \omega_3 s^{-1}+\omega_3^2 s^{-2}) \quad (\text{A6})$$

ただし, $\omega_3=2\pi f_3$

$$\omega_4^2 s^{-2}/(1+2h_4 \omega_4 s^{-1}+\omega_4^2 s^{-2}) \quad (\text{A7})$$

ただし, $\omega_4=2\pi f_4$

$$\omega_5^2 s^{-2}/(1+2h_5 \omega_5 s^{-1}+\omega_5^2 s^{-2}) \quad (\text{A8})$$

ただし, $\omega_5=2\pi f_5$

と最終的な出力を g 倍するゲイン調整を直列に組み合わせさせたものとなる. このときフィルタの特性を規定するパラメータは $(f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, f_5, h_{2a}, h_{2b}, h_3, h_4, h_5, g)$ の 12 個となる. これらの値を, 本来の振幅特性との一致の度合いや, 最終的な計算精度を参考にして決定したところ, 近似の度合いの良いパラメータの組み合わせとして, $(f_0=0.45[\text{Hz}], f_1=7.0[\text{Hz}], f_2=0.5[\text{Hz}], f_3=12.0[\text{Hz}], f_4=20.0[\text{Hz}], f_5=30.0[\text{Hz}], h_{2a}=1.0, h_{2b}=0.75, h_3=0.9, h_4=0.6, h_5=0.6, g=1.262)$ を得た. このパラメータを用いたときの総合的な近似フィルタの振幅特性が Fig. 3 に示されている.

A2. デジタルフィルタへの変換

フィルタのラプラス変換表示が与えられれば, 功刀・他 (2008) と同様に z 変換を用いてデジタルフィルタを構成することができる. 本稿では, ΔT をサンプリング間隔, z を遅延演算子として,

$$s^{-1}=(\Delta T/2)(1+z^{-1})/(1-z^{-1})$$

及び,

$$s^{-2}=(\Delta T/12^{1/2})^2(1+10z^{-1}+z^{-2})/(1-z^{-1})^2$$

という変換を用いるが, この導出過程については木下 (1981) を参照されたい.

ラプラス変換表示で

$$E(s)=(a\omega_a s^{-1}+1)/(\omega_a s^{-1}+b)$$

ただし, $\omega_a=2\pi f_a$,

と表される 1 次フィルタの z 変換 $E(z)$ は,

$$s^{-1}=(\Delta T/2)(1+z^{-1})/(1-z^{-1})$$

を適用すれば,

$$E(z)=(\beta_0+z^{-1}\beta_1)/(\alpha_0+z^{-1}\alpha_1) \quad (\text{A9})$$

$$\alpha_0=\omega_a+2b/(\Delta T)$$

$$\alpha_1=\omega_a-2b/(\Delta T)$$

$$\beta_0=\omega_a a+2/(\Delta T)$$

$$\beta_1=\omega_a a-2/(\Delta T)$$

$$\omega_a=2\pi f_a$$

である. ここでは, 1 次のデジタルフィルタを 2 つずつ組み合わせて, 2 次のフィルタとして再構成する. 一般に, 2 つの一次デジタルフィルタ

$$E_1(z)=(\beta_{01}+z^{-1}\beta_{11})/(\alpha_{01}+z^{-1}\alpha_{11}),$$

$$E_2(z)=(\beta_{02}+z^{-1}\beta_{12})/(\alpha_{02}+z^{-1}\alpha_{12})$$

の積 $E_1(z) \cdot E_2(z)$ は 2 次のデジタルフィルタとなり, その

係数は,

$$F(z)=E_1(z) \cdot E_2(z) \\ =(\beta_0+z^{-1}\beta_1+z^{-2}\beta_2)/(\alpha_0+z^{-1}\alpha_1+z^{-2}\alpha_2) \quad (\text{A10})$$

$$\alpha_0=\alpha_{01}\alpha_{02}$$

$$\alpha_1=\alpha_{01}\alpha_{12}+\alpha_{02}\alpha_{11}$$

$$\alpha_2=\alpha_{11}\alpha_{12}$$

$$\beta_0=\beta_{01}\beta_{02}$$

$$\beta_1=\beta_{01}\beta_{12}+\beta_{02}\beta_{11}$$

$$\beta_2=\beta_{11}\beta_{12}$$

と表される. 以上を用いれば (A1), (A2) 式のフィルタを組み合わせたデジタルフィルタとして, (A9) 式と (A10) 式, および, $a=0.0, b=1.0, f_a=f_{a1}$, ((A1) 式に対応するフィルタに対して), $a=1.0, b=2.0, f_a=f_{a2}$, ((A2) 式に対応するフィルタに対して) より,

$$\alpha_0=8/(\Delta T)^2+(4\omega_{a1}+2\omega_{a2})/(\Delta T)+\omega_{a1}\omega_{a2} \quad (\text{A11})$$

$$\alpha_1=2\omega_{a1}\omega_{a2}-16/(\Delta T)^2$$

$$\alpha_2=8/(\Delta T)^2-(4\omega_{a1}+2\omega_{a2})/(\Delta T)+\omega_{a1}\omega_{a2}$$

$$\beta_0=4/(\Delta T)^2+2\omega_{a2}/(\Delta T)$$

$$\beta_1=-8/(\Delta T)^2$$

$$\beta_2=4/(\Delta T)^2-2\omega_{a2}/(\Delta T)$$

$$\omega_{a1}=2\pi f_{a1}, \omega_{a2}=2\pi f_{a2}$$

が得られる. また, (A3), (A4) 式のフィルタを組み合わせたデジタルフィルタとして, (A9) 式と (A10) 式, および, $a=4.0, b=8.0, f_a=f_{a3}$, ((A3) 式に対応するフィルタに対して), $a=0.25, b=0.5, f_a=f_{a3}$, ((A4) 式に対応するフィルタに対して) より,

$$\alpha_0=16/(\Delta T)^2+17\omega_{a3}/(\Delta T)+\omega_{a3}^2 \quad (\text{A12})$$

$$\alpha_1=2\omega_{a3}^2-32/(\Delta T)^2$$

$$\alpha_2=16/(\Delta T)^2-17\omega_{a3}/(\Delta T)+\omega_{a3}^2$$

$$\beta_0=4/(\Delta T)^2+8.5\omega_{a3}/(\Delta T)+\omega_{a3}^2$$

$$\beta_1=2\omega_{a3}^2-8/(\Delta T)^2$$

$$\beta_2=4/(\Delta T)^2-8.5\omega_{a3}/(\Delta T)+\omega_{a3}^2$$

$$\omega_{a3}=2\pi f_{a3}$$

が得られる.

(A5) 式の補正フィルタに関しては, ラプラス変換表示で $G(s)=(1+2h_{b1}\omega_b s^{-1}+\omega_b^2 s^{-2})/(1+2h_{b2}\omega_b s^{-1}+\omega_b^2 s^{-2})$

ただし, $\omega_b=2\pi f_b$

と表される 2 次フィルタの z 変換 $G(z)$ として,

$$s^{-1}=(\Delta T/2)(1+z^{-1})/(1-z^{-1})$$

及び,

$$s^{-2}=(\Delta T/12^{1/2})^2(1+10z^{-1}+z^{-2})/(1-z^{-1})^2$$

を適用すれば,

$$G(z)=(\beta_0+z^{-1}\beta_1+z^{-2}\beta_2)/(\alpha_0+z^{-1}\alpha_1+z^{-2}\alpha_2) \quad (\text{A13})$$

$$\alpha_0=12/(\Delta T)^2+12h_{b2}\omega_b/(\Delta T)+\omega_b^2$$

$$\alpha_1=10\omega_b^2-24/(\Delta T)^2$$

$$\alpha_2=12/(\Delta T)^2-12h_{b2}\omega_b/(\Delta T)+\omega_b^2$$

$$\beta_0 = 12/(\Delta T)^2 + 12h_{b1}\omega_b/(\Delta T) + \omega_b^2$$

$$\beta_1 = 10\omega_b^2 - 24/(\Delta T)^2$$

$$\beta_2 = 12/(\Delta T)^2 - 12h_{b1}\omega_b/(\Delta T) + \omega_b^2$$

$$\omega_b = 2\pi f_b$$

がデジタルフィルタとして得られる。

また (A6), (A7), (A8) 式の 2 次ローパスフィルタに関しては、ラプラス変換表示で

$$H(s) = \omega_c^2 s^{-2} / (1 + 2h_c\omega_c s^{-1} + \omega_c^2 s^{-2})$$

$$\text{ただし, } \omega_c = 2\pi f_c$$

と表される 2 次フィルタの z 変換 $H(z)$ として、

$$s^{-1} = (\Delta T/2)(1+z^{-1})/(1-z^{-1})$$

及び、

$$s^{-2} = (\Delta T/12^{1/2})^2(1+10z^{-1}+z^{-2})/(1-z^{-1})^2$$

を適用すれば、

$$H(z) = (\beta_0 + z^{-1}\beta_1 + z^{-2}\beta_2) / (\alpha_0 + z^{-1}\alpha_1 + z^{-2}\alpha_2) \quad (\text{A14})$$

$$\alpha_0 = 12/(\Delta T)^2 + 12h_c\omega_c/(\Delta T) + \omega_c^2$$

$$\alpha_1 = 10\omega_c^2 - 24/(\Delta T)^2$$

$$\alpha_2 = 12/(\Delta T)^2 - 12h_c\omega_c/(\Delta T) + \omega_c^2$$

$$\beta_0 = \omega_c^2$$

$$\beta_1 = 10\omega_c^2$$

$$\beta_2 = \omega_c^2$$

$$\omega_c = 2\pi f_c$$

がデジタルフィルタとして得られる。

入力時系列 $x(k)$ にこれらのフィルタを作用させた出力時系列 $y(k)$ を得るには、

$$y(k) = [-\alpha_1 y(k-1) - \alpha_2 y(k-2) + \beta_0 x(k) + \beta_1 x(k-1) + \beta_2 x(k-2)] / \alpha_0 \quad (\text{A15})$$

なる演算を行えばよい。なお、ここで k は時系列のステップ数を表す。また、ゲイン調整はゲインを g_d とすれば、入力時系列を $v(k)$ 、出力時系列を $w(k)$ として、

$$w(k) = g_d v(k) \quad (\text{A16})$$

なる演算を行えばよい。

A3. 改良された近似フィルタ演算

以上をまとめると、改良された近似フィルタ演算としては、加速度記録に対して、下記の 7 つのデジタルフィルタ演算を直列に行えばよい。

- 1 $f_{d1} = f_0, f_{d2} = f_1$ として、式 (A11), (A15) の演算
- 2 $f_{d3} = f_1$ として、式 (A12), (A15) の演算
- 3 $h_{b1} = h_{2a}, h_{b2} = h_{2b}, f_b = f_2$ として、式 (A13), (A15) の演算
- 4 $h_c = h_3, f_c = f_3$ として、式 (A14), (A15) の演算
- 5 $h_c = h_4, f_c = f_4$ として、式 (A14), (A15) の演算
- 6 $h_c = h_5, f_c = f_5$ として、式 (A14), (A15) の演算
- 7 $g_d = g$ として、式 (A16) の演算

これらのフィルタ群は、フィルタ係数を合成して、さらに次数の高いフィルタとして再構成することもできる。一般にデジタルフィルタの周波数特性は、設計に用いた理論的な特性に比べて、高周波数領域でゆがむ。このため、フィルタのパラメータの決定は、最終的な計算精度を確認しながら行う必要がある。